

[(3-2)(5-1)(5-2) は簡単な途中式を書くこと。その他は解答のみでよい]

問題 1 ある時刻 t に、質量 m の物体が位置 \vec{r} にあり、速度は \vec{v} であった。そのとき、

- (1-1) 物体の運動量 \vec{P} を求めよ。
- (1-2) 物体の (原点まわりの) 角運動量 \vec{L} を求めよ。

問題 2 速度 v で等速円運動する質量 m の物体を考える。円運動の半径を r とする。

- (2-1) 物体の角速度の大きさを求めよ。
- (2-2) 物体の加速度の大きさを求めよ。
- (2-3) 物体の (円の中心まわりの) 角運動量の大きさを求めよ。

問題 3 粘土に速度 v_0 の弾丸を撃ち込んだ。弾丸は粘土にめりこんだ後、速度に比例する抵抗力を受けるとし、その比例定数を γ とする。弾丸は常に直進し、曲がることはないとする。

- (3-1) 適当な座標軸を設定し、弾丸の運動方程式を立てよ。
- (3-2) 運動方程式を解くことにより、時刻 t における弾丸の速度 $v(t)$ を求めよ。
- (3-3) 横軸を時刻 t 、縦軸を物体の速度 $v(t)$ として、グラフを描け。

問題 4 片端を固定されたバネに付けられた質量 m のおもりの運動方程式は、バネ定数を k として $m\ddot{x} = -kx$ で与えられる。

- (4-1) 指数関数型の解 $x(t) = e^{\lambda t}$ を仮定し、 λ を決定せよ。
- (4-2) 運動方程式の一般解を求めよ。
- (4-3) 時刻 $t = 0$ に、つり合いの位置 ($x = 0$) でおもりに初速度 $\dot{x} = v_0$ を与えた。時刻 t におけるおもりの位置 $x(t)$ を求めよ。

問題 5 x 軸上を一次元運動する物体を考える。物体は場所 x で外力 $F(x) = -\sin x$ を受けるとする。

- (5-1) 物体が $x = 0$ から $x = \pi$ まで移動したとき、外力がした仕事を求めよ。
- (5-2) $x = 0$ を基準点として、ポテンシャル $U(x)$ を求めよ。
- (5-3) 物体を $x = \frac{\pi}{2}$ にそっと置いた。その後物体はどのような運動をするか、言葉で答えよ。

問題 6 質量 m の質点 1 と質量 $3m$ の質点 2 が x 軸上を運動している。質点 1 の位置を x_1 、質点 2 の位置を x_2 とし、 $x_1 > x_2$ であるとする。質点 1 と質点 2 の間には万有引力が働くとし、万有引力定数を G とする。

- (6-1) 質点 1, 2 の運動方程式を書け。
- (6-2) 重心の位置 X を x_1, x_2 を用いて表せ。
- (6-3) 重心座標 X の運動方程式を書け。
- (6-4) 相対座標 $x = x_1 - x_2$ の運動方程式を書け。

問題 7 剛体を十分細かく N 分割し、 N 個の質点の集まりとみなす。剛体は静止しており、 i 番目の質点 ($1 \leq i \leq N$) の質量を m_i 、位置を (x_i, y_i, z_i) とする。

- (7-1) 剛体の z 軸まわりの慣性モーメント I を求めよ。
- (7-2) 剛体を静止の位置から、 z 軸を固定軸として角速度 ω で回転させた。このとき、剛体の運動エネルギーを求めよ。