

# 基礎力学演習 第8回 仕事とエネルギー保存則 (3次元)

2018年11月16日 担当：佐藤 純

**問題1** 地面に水平に  $x$  軸，鉛直方向上向きに  $y$  軸をとる．質量  $m$  の物体を A 地点  $(a, 0)$  から B 地点  $(0, b)$  まで運ぶのに必要な仕事を求めよう (下の左図参照)．物体には重力  $\vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix}$  が働いているので，物体を支えるためには  $-\vec{F}$  の力が必要である．したがって，物体を  $d\vec{r}$  だけ微小に動かすのに必要な仕事は  $-\vec{F} \cdot d\vec{r}$  である．これを経路  $C$  に沿って足し合わせれば，物体を経路  $C$  に沿って運ぶのに必要な仕事  $W(C)$  が

$$W(C) = \int_C -\vec{F} \cdot d\vec{r}$$

と求まることになる．

- (1-1) 下の左図の2つの経路  $C_1, C_2$  に沿って物体を A から B まで運ぶのに必要な仕事  $W(C_1), W(C_2)$  を計算せよ．
- (1-2) 前問で求めた仕事は経路によらず，ポテンシャルエネルギーの増加分に等しいことを確認せよ．
- (1-3) 物体に働く力  $\vec{F}$  はポテンシャルの微分で

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U$$

と書けることを確認せよ．

**問題2** 場所  $(x, y)$  において物体に働く力  $\vec{F}(x, y)$  が以下のように与えられているとき，下の右図中の経路  $C_1, C_2, C_3$  に沿って物体を運ぶのに必要な仕事  $W(C_1), W(C_2), W(C_3)$  を求めよ．ただし， $C_2$  は半径  $a$  の円弧を表すとする．

(2-1)  $\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} -ky \\ -kx \end{pmatrix}$

(2-2)  $\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} -ky \\ kx \end{pmatrix}$

(2-3)  $\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} -\frac{fx}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ fy \\ -\frac{fy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{pmatrix}$

**問題3** 原点を基準点として，上記問題 (2-1), (2-3) のポテンシャル  $U(x, y)$  を求めよ．

