

# 基礎力学演習 第6回 減衰振動・強制振動

2018年10月26日 担当：佐藤 純

**問題 1** バネ定数  $k$  のバネの一端に質量  $m$  のおもりを付け、他端を固定する。  
おもりが机の上を動く際に、速度に比例した摩擦力が働くとし、比例定数を  $\gamma$  とする。

- (1-1) おもりの運動方程式を立てよ。
- (1-2) 指数関数型の解  $x(t) = e^{\lambda t}$  を仮定し、 $\lambda$  に対する方程式を導け。
- (1-3) おもりにつり合いの位置で初速度  $v_0$  を与えた時、その後のおもりの運動を決定せよ。  
摩擦が十分に小さいときと大きいときで、場合分けすること。
- (1-4) 摩擦が十分に小さいとき、上の結果をグラフに表せ。

**問題 2** バネの下端に質量  $m$  のおもりを付け、上端を振動させる。鉛直下向きに  $x$  軸をとり、バネの上端の座標を  $x_0$  とし、 $x_0 = A \sin \omega t$  と振動させる。バネ自身の質量、空気抵抗は無視し、バネ定数を  $k$ 、バネの自然長を  $\ell$  とする。

- (2-1) 時刻  $t$  において、おもりの位置が  $x$  のとき、バネの伸びはどれだけか。
- (2-2) おもりの運動方程式 (おもりの位置  $x$  に対する微分方程式) を立てよ。
- (2-3)  $y = x - \ell - mg/k$  とし、 $y$  に対する微分方程式を導け。ただし、 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  とおいて式を整理せよ。
- (2-4)  $y = B \sin \omega t$  がこの微分方程式を満たすように、定数  $B$  を決定せよ。
- (2-5)  $A = 0$  の場合 (バネの上端が動かない場合) の、 $y$  の一般解を求めよ。
- (2-6) (2-4) と (2-5) の結果を合わせることで、 $y$  の一般解を求めよ。
- (2-7) 初期条件としておもりを静かにぶらさげておいて、 $t = 0$  にバネの上端を振動させ始めたとき、おもりはどのような運動をするか。積分定数  $C, D$  を決定して  $y$  を求めよ。
- (2-8) バネの上端の振動数  $\omega$  を、バネの固有振動数  $\omega_0$  に近づけたとき、おもりはどのような運動をするか。極限  $\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} y$  を計算して調べよ。