初年次ゼミ理科　　　　2018年6月28日（木）3限　担当：佐藤 純（西成研）

ブラウン運動と原子論の確立

コップに汲んだ水は水分子からなる，というのは現代では「科学的」に常識とされる

↓ しかし，誰も分子を見たり触ったりしたことはない．．．

分子の実在が確立したのはなぜか？？

目的
1. 分子の実在を「科学的」に自分自身で実感する
2. ミクロとマクロの超えられない壁を知る

目標
1. 原子論の確立にブラウン運動が果たした役割を理解する
2. 酔歩，拡散方程式の計算を全て自力で追うことができる
3. アインシュタインの関係式の独創性を理解する

参考文献：
江沢洋「誰が原子を見たか」
米沢富美子「ブラウン運動」
田崎晴明「ブラウン運動と非平衡統計力学」

第一回　(6/28)
1. 19世紀までの原子論
2. ブラウン運動とは
3. 酔歩と拡散方程式

今日の目標
1. 気体分子運動論の成功を知ると共に，当時の原子論反対論者の言い分も理解する
2. ブラウン運動とは何か，ブラウンの独創性はどこにあったか，理解する
3. 酔歩の確率過程から拡散方程式を導出でき，拡散方程式を解くことができる

1. 気体化学反応論

- ボイルの法則 (1660)　pV=const. (T=const.)
- シャルルの法則 (1787)　V/T=const. (p=const.)

⇒ $pV=RT$

- ゲイリュサック(1802)　気体の化学反応の前後で体積が整数比

⇒ $3H_2 + N_2 \rightarrow 2NH_3$　(3:1:2)

- ドルトン(1802) 原子説（分圧の法則，原子量表）
- アボガドロ(1811)「等温，等圧では，全ての気体の同体積は同数の分子を含む」

⇒ アボガドロ数 N_A

2. 気体分子運動論

マックスウェル(1859)　気体分子の速度分布

ボルツマン(1877)　ボルツマンの関係式 $S = k_{\rm B} \log W$

✓ 絶対温度（マクロ）↔ 分子の速度（ミクロ）

$$pV = N_{\rm A}(m\bar{v}_x^2) \Rightarrow \frac{1}{2}m\bar{v}_x^2 = \frac{1}{2}k_B T$$ エネルギー等分配則

✓ 粘性（マクロ）↔ 分子の平均自由行程（ミクロ）

$$p = \frac{nv_y}{2}m(v_1 - v_2) \Rightarrow \eta = \frac{1}{3}\rho v \ell$$

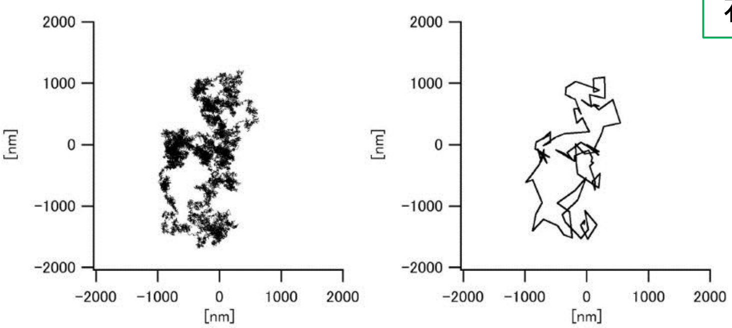
✓ 粘性（マクロ）↔ アボガドロ数（ミクロ）の決定

分子ひとつが占める体積: $\pi(2a_0)^2\ell = V/N_{\rm A}$

排除体積: $V_0 = \frac{4\pi}{3}a_0^3 N_{\rm A}$

ファンデルワールスの状態方程式: $\left(p + \frac{\alpha}{V^2}\right)(V - V_0) = RT$

3. ブラウン運動とは



1828年 ブラウン: 植物の受精の研究

花粉中の微粒子が水中で不規則に運動

・水の動きに引きずられている？

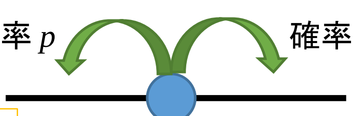
⇒ 隣同士の微粒子も別々の動きをする

・生命の原子？

⇒ ・2, 3日アルコール漬けの植物
・20年～100年標本室にあった植物
・石炭（数億年前（！）の植物）

4. 1次元の確率模型（外力なし）

確率 p　確率 p



時間 τ で
$\pm a$ 動く

確率 1-2p で
その場にとどまる

⇒ $x = \sqrt{2Dt}$

D: 拡散係数　$D = \frac{pa^2}{\tau}$

⇒ 多粒子

拡散方程式

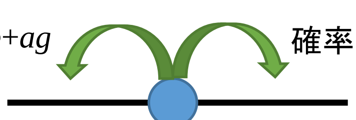
$$\partial_t \rho(t,x) = D\partial_x^2 \rho(t,x)$$

⇒ 解

$$\rho(t,x) = \frac{N}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left[-\frac{x^2}{4Dt}\right]$$

5. 1次元の確率模型（外力あり）

確率 p+ag　確率 p-ag



時間 τ で
$\pm a$ 動く

確率 1-2p で
その場にとどまる

⇒ 速度 -u　$u = \frac{2a^2 g}{\tau}$

⇒ 多粒子

$$\rho(t,x) = \frac{N}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left[-\frac{(x+ut)^2}{4Dt}\right]$$

⇓ $x = 0$ に壁

$$\rho(x) = \rho_0 \exp\left[-\frac{u}{D}x\right] \quad (x \geq 0)$$

初年次ゼミ理科
提出課題1

2018年6月28日（木）3限　担当：佐藤 純（西成研）

1．気体化学反応論，気体分子運動論の成功にも関わらず，分子の実在が確立しなかったのはなぜか？この段階で，自分自身は分子の実在を確信できたか？

2．なぜブラウン運動が分子の実在の決定的な証拠になりうるのか？

3．授業の感想，次回以降の要望などあればご自由にお書き下さい

番号	名前

初年次ゼミ理科　　2018年7月5日(木)3限　担当:佐藤 純 (西成研)

ブラウン運動と原子論の確立

目的
1. 分子の実在を「科学的」に自分自身で実感する
2. ミクロとマクロの超えられない壁を知る

目標
1. 原子論の確立にブラウン運動が果たした役割を理解する
2. 酔歩，拡散方程式の計算を全て自力で追うことができる
3. アインシュタインの関係式の独創性を理解する

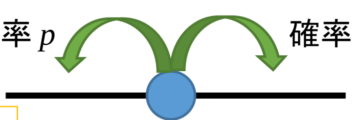
参考文献:
江沢洋「誰が原子を見たか」
米沢富美子「ブラウン運動」
田崎晴明「ブラウン運動と非平衡統計力学」

第二回　(7/5)
1. 酔歩と拡散方程式
2. アインシュタインの関係式
3. ペランの実験と原子論の確立

今日の目標
1. 酔歩の確率過程から拡散方程式を導出でき，拡散方程式を解くことができる
2. アインシュタインの関係式を導出し，その独創性を理解する
3. ペランの実験により原子論が揺るぎないものになったことを実感する

1. 1次元の確率模型(外力なし)

確率 p　　確率 p



時間 τ で $\pm a$ 動く

確率 1-2p で
その場にとどまる

➡ $x = \sqrt{2Dt}$

D:拡散係数　$D = \dfrac{pa^2}{\tau}$

➡ 多粒子

拡散方程式

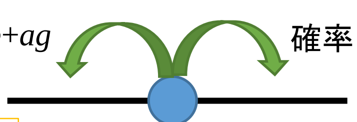
$$\partial_t \rho(t,x) = D\partial_x^2 \rho(t,x)$$

➡ 解

$$\rho(t,x) = \frac{N}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left[-\frac{x^2}{4Dt}\right]$$

2. 1次元の確率模型(外力あり)

確率 $p+ag$　　確率 $p-ag$



時間 τ で $\pm a$ 動く

確率 1-2p で
その場にとどまる

➡ 速度 $-u$　　$u = \dfrac{2a^2 g}{\tau}$

➡ 多粒子

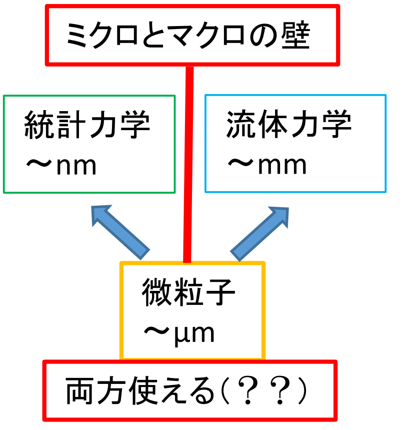
$$\rho(t,x) = \frac{N}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left[-\frac{(x+ut)^2}{4Dt}\right]$$

⬇ $x = 0$ に壁

$$\rho(x) = \rho_0 \exp\left[-\frac{u}{D}x\right] \quad (x \geq 0)$$

3. エネルギー等分配則（統計力学）

カノニカル分布 $\rho(x) \propto \exp\left[-\frac{fx}{k_B T}\right]$ ➡ $f\frac{D}{u} = \frac{R}{N_A}T$



4. ストークスの法則（流体力学）

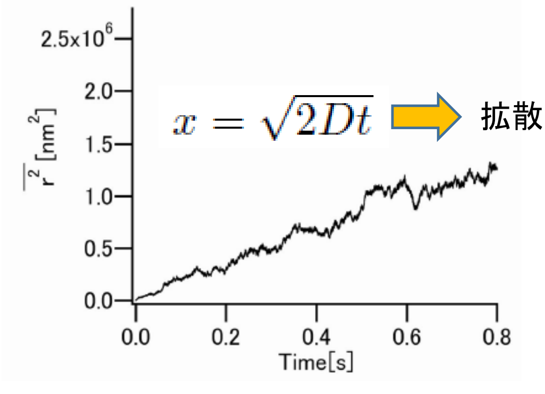
易動度 $\mu = (6\pi\eta a)^{-1}$　　　$u = \mu f$

5. アボガドロ数の決定

アインシュタインの関係式（1905年）

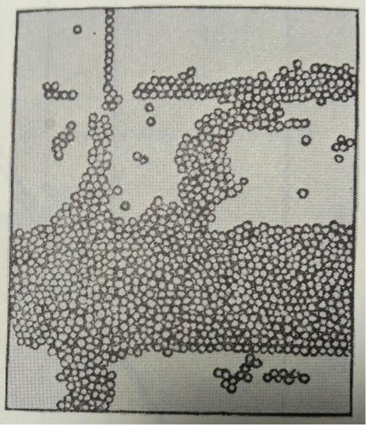
$$\boxed{N_A = \frac{RT}{D}\frac{1}{6\pi\eta a}}$$

R：気体定数
T：水の温度
D：拡散定数
η：水の粘性係数
a：微粒子の半径



$x = \sqrt{2Dt}$ ➡ 拡散定数 D の決定

微粒子の半径 a の決定



ペランの実験結果（1908～1912年）

媒質（粘性係数η）	微粒子（半径[μm]）	アボガドロ数（×10^{23}）
水(1)	ガンボージ(0.5)	8.0
水(1)	ガンボージ(0.212)	6.95
35%砂糖水(4～5)	ガンボージ(0.212)	5.5
水(1)	乳香(0.52)	7.25
27%尿素溶液(1.2)	乳香(5.5)	7.8
グリセリン(125)	ガンボージ(0.385)	6.4

- あらゆる条件でアボガドロ数がほぼ一致
- 原子論に基づく全く異なる方法とも一致

➡ 原子論の正しさが確立

初年次ゼミ理科
提出課題2

2018年7月5日（木）3限　担当：佐藤 純（西成研）

1．アインシュタインの理論の独創的な点を挙げてください。

2．授業の感想，次回の要望などあればご自由にお書き下さい

番号	名前

初年次ゼミ理科
提出課題3

2018年7月12日（木）3限　担当：佐藤 純（西成研）

1．あるレストランには1時間に平均30人客が訪れ，客の滞在時間は平均50分である．
　① レストランにいる客は平均何人か？
　② 入店してから食事が出てくるまで平均10分とする．食事中の客は何人か？
　③ 店外には平均5人が行列を作って待っているとする．
　　並び始めてから入店するまでの時間は平均何分か？

2．あるスーパーのレジには平均6分おきに人が訪れ，レジでの処理時間はひとりあたり平均4分とする．レジに行列はできるか？できるとすれば，平均何人並ぶか？

3．授業の感想をご自由にお書き下さい

番号	名前