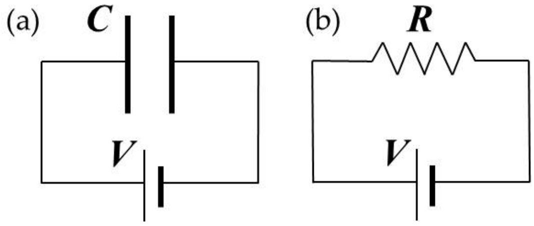
物理学演習II　第4回　抵抗とコンデンサー 2017年10月26日　担当 : 佐藤 純

問題1 電圧 $V = 6[\mathrm{V}]$ の電源に電気容量 $C = 5[\mu\mathrm{F}]$ のコンデンサーと電気抵抗 $R = 2[\Omega]$ の抵抗を下図 (a), (b) のように接続する．



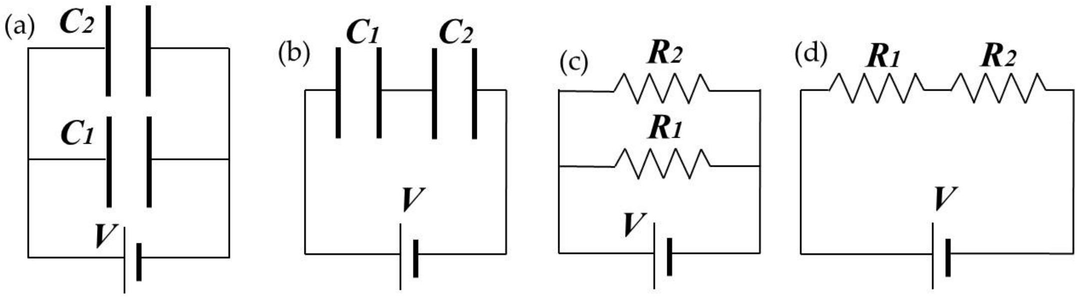
(1-1) 図 (a) の回路で，コンデンサーに溜まる電荷量 Q を求めよ．

$$Q = CV = 5[\mu\mathrm{F}] \times 6[\mathrm{V}] = \boxed{3 \times 10^{-5}[\mathrm{C}]}$$

(1-2) 図 (b) の回路で，抵抗に流れる電流 I を求めよ．

$$I = \frac{V}{R} = \frac{6[\mathrm{V}]}{2[\Omega]} = \boxed{3[\mathrm{A}]}$$

問題2 電圧 V の電源に電気容量 C_1 と C_2 のコンデンサーおよび抵抗 R_1, R_2 の抵抗を下図 (a), (b) のように接続する．



(2-1) 図 (a) の回路で，電気容量 C_1 と C_2 のコンデンサーに溜まる電荷量 Q_1, Q_2 を求め，合成電気容量 C を C_1 と C_2 で表せ．

並列なので，

$$\begin{cases} V = V_1 = V_2 \\ Q = Q_1 + Q_2 \end{cases}$$

が成り立つ．ただし，V, Q は回路全体の電圧，電荷，V_1, Q_1 はコンデンサー1の電圧，電荷，V_2, Q_2 はコンデンサー2の電圧，電荷を表す．以下の問題でも同様の記法を用いる．

　コンデンサー1，2それぞれの式を立てると，

$$\begin{cases} Q_1 = C_1 V_1 = \boxed{C_1 V} \\ Q_2 = C_2 V_2 = \boxed{C_2 V} \end{cases}$$

より，全体の電荷は $Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2)V$ となる．回路全体では $Q = CV$ なので，合成電気容量は

$$C = \frac{Q}{V} = \boxed{C_1 + C_2}$$

となる．

(2-2) 図 (b) の回路で，電気容量 C_1 と C_2 のコンデンサーに溜まる電荷量 Q_1, Q_2 を求め，合成電気容量 C を C_1 と C_2 で表せ．

　直列なので，

$$\begin{cases} V = V_1 + V_2 \\ Q = Q_1 = Q_2 \end{cases}$$

が成り立つ．

　コンデンサー1，2それぞれの式を立てると，

$$\begin{cases} Q = Q_1 = C_1 V_1 \\ Q = Q_2 = C_2 V_2 \end{cases}$$

より，それぞれの電圧は

$$\begin{cases} V_1 = \frac{Q}{C_1} \\ V_2 = \frac{Q}{C_2} \end{cases}$$

となる．回路全体の電圧は $V = V_1 + V_2 = \dfrac{Q}{C_1} + \dfrac{Q}{C_2} = Q\left(\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}\right)$ なので，

$$Q = \boxed{\frac{V}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}} (= Q_1 = Q_2)$$

となる．合成電気容量は

$$C = \frac{Q}{V} = \boxed{\frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}}$$

となる．あるいは，

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

と書くと見やすい．

(2-3) 図 (c) の回路で，抵抗 R_1 と R_2 の抵抗に流れる電流 I_1, I_2 を求め，合成抵抗 R を R_1 と R_2 で表せ．

並列なので，

$$\begin{cases} V = V_1 = V_2 \\ I = I_1 + I_2 \end{cases}$$

が成り立つ．

抵抗 1，2 それぞれに流れる電流は

$$\begin{cases} I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \boxed{\dfrac{V}{R_1}} \\ I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \boxed{\dfrac{V}{R_2}} \end{cases}$$

となる．回路全体の電流は $I = I_1 + I_2 = \dfrac{V}{R_1} + \dfrac{V}{R_2} = V\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)$ なので，合成抵抗は

$$R = \frac{V}{I} = \boxed{\dfrac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}$$

となる．あるいは，

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

と書くと見やすい．

(2-4) 図 (d) の回路で，抵抗 R_1 と R_2 の抵抗に流れる電流 I_1, I_2 を求め，合成抵抗 R を R_1 と R_2 で表せ．

直列なので，

$$\begin{cases} I = I_1 = I_2 \\ V = V_1 + V_2 \end{cases}$$

が成り立つ．

抵抗 1，2 それぞれの式を立てると，

$$\begin{cases} V_1 = I_1 R_1 = I R_1 \\ V_2 = I_2 R_2 = I R_2 \end{cases}$$

より，全体の電圧は $V = V_1 + V_2 = I(R_1 + R_2)$ となる．したがって，それぞれの抵抗を流れる電流は

$$I_1 = I_2 = I = \boxed{\frac{V}{R_1 + R_2}}$$

となる．回路全体では $V = IR$ なので，合成抵抗は

$$R = \frac{V}{I} = \boxed{R_1 + R_2}$$

となる．

問題 3 電圧 $V = 6[\mathrm{V}]$ の電源に電気容量 $C_1 = 1.0[\mu\mathrm{F}]$, $C_2 = 2.0[\mu\mathrm{F}]$, $C_3 = 2.0[\mu\mathrm{F}]$ のコンデンサーと，電気抵抗 $R_1 = 2.0[\Omega]$, $R_2 = 3.0[\Omega]$, $R_3 = 1.8[\Omega]$ の抵抗を下図 (a), (b) のように接続する．

(3-1) 図 (a) の回路の合成電気容量 C を求めよ．

C_α と C_β を，並列につないだ合成容量は $C_\alpha + C_\beta$ で，
直列についないだ合成容量は $\dfrac{1}{\frac{1}{C_\alpha} + \frac{1}{C_\beta}}$ である．

まず，C_1 と C_2 が並列につながっているので，その合成容量は $C_1 + C_2 = 3[\mu\mathrm{F}]$ である．
次に，これと C_3 が直列につながっているので，その合成容量は

$$\frac{1}{\frac{1}{2.0} + \frac{1}{3.0}}[\mu\mathrm{F}] = \frac{6.0}{2.0 + 3.0}[\mu\mathrm{F}] = \boxed{1.2[\mu\mathrm{F}]}$$

となる．

(3-2) 図 (a) の回路で，各コンデンサーに溜まる電荷量 Q_1, Q_2, Q_3 と電位差 V_1, V_2, V_3 を求めよ．

全体の合成容量は $C = 1.2[\mu\mathrm{F}]$ なので，全体に溜まる電荷は $Q = CV = 1.2[\mu\mathrm{F}] \times 6.0[\mathrm{V}] = 7.2 \times 10^{-6}[\mathrm{C}]$ となる．コンデンサー 3 は並列なので

$$Q_3 = Q = \boxed{7.2 \times 10^{-6}[\mathrm{C}]}$$

よって，この部分の電圧は $V_3 = Q_3/C_3 = \boxed{3.6[\mathrm{V}]}$ となるので，$V_1 = V_2 = V - V_3 = \boxed{2.4[\mathrm{V}]}$ となる．よって，

$$\begin{cases} Q_1 = C_1 V_1 = 1.0[\mu\mathrm{F}] \times 2.4[\mathrm{V}] = \boxed{2.4 \times 10^{-6}[\mathrm{C}]} \\ Q_2 = C_2 V_2 = 2.0[\mu\mathrm{F}] \times 2.4[\mathrm{V}] = \boxed{4.8 \times 10^{-6}[\mathrm{C}]} \end{cases}$$

となる．

(3-3) 図 (b) の回路の合成抵抗 R を求めよ．

R_α と R_β を，直列につないだ合成抵抗は $R_\alpha + R_\beta$ で，
並列についないだ合成抵抗は $\dfrac{1}{\frac{1}{R_\alpha} + \frac{1}{R_\beta}}$ である．

まず，R_1 と R_2 が並列につながっているので，その合成抵抗は

$$\frac{1}{\frac{1}{2.0} + \frac{1}{3.0}}[\Omega] = \frac{6.0}{2.0 + 3.0}[\Omega] = 1.2[\Omega]$$

である．

次に，これと $R_3 = 1.8[\Omega]$ が直列につながっているので，その合成抵抗は

$$R = 1.2[\Omega] + 1.8[\Omega] = \boxed{3.0[\Omega]}$$

となる．

(3-4) 図 (b) の回路で，各抵抗に流れる電流 I_1, I_2, I_3 と電位差 V_1, V_2, V_3 を求めよ．

全体の合成抵抗は $R = 3.0[\Omega]$ なので，全体を流れる電流 I は $I = \dfrac{V}{R} = 2.0[\mathrm{A}]$ となる．
抵抗 3 は並列なので

$$I_3 = I = \boxed{2.0[\mathrm{A}]}$$

よって，この部分の電圧は $V_3 = I_3 R_3 = \boxed{3.6[\mathrm{V}]}$ となるので，$V_1 = V_2 = V - V_3 = \boxed{2.4[\mathrm{V}]}$ となる．よって，

$$\begin{cases} I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \boxed{1.2[\mathrm{A}]} \\ I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \boxed{0.8[\mathrm{A}]} \end{cases}$$

となる．