基礎力学演習 第8回 保存力とポテンシャルエネルギー

2017年6月5日 担当:佐藤純

問題 $\mathbf{1}$ スカラー場fとベクトル場 \overrightarrow{q} が,

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2,$$

$$\overrightarrow{g}(x,y,z) = (x+y+z, xy+yz+zx, xyz)$$

で与えられているとき,以下の量を計算せよ.

$$(1-1) \ \overrightarrow{\nabla} f \qquad \qquad (1-2) \ \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{g} \qquad \qquad (1-3) \ \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{g} \qquad \qquad (1-4) \ \Delta f$$

問題 2 場所 (x,y,z) において物体に働く力 $\overrightarrow{F}(x,y,z)$ が以下のように与えられているとき,それが保存力かどうか調べよ.もし保存力なら,基準点を適当に定め,ポテンシャルを決定せよ.ただし,k,f は定数とする.

(2-1)
$$\overrightarrow{F}(x, y, z) = (-ky, -kx, 0)$$

(2-2)
$$\overrightarrow{F}(x, y, z) = (-ky, kx, 0)$$

$$\textbf{(2-3)} \ \overrightarrow{F}(x,y,z) = \left(-f\frac{x}{r}, -f\frac{y}{r}, -f\frac{z}{r}\right), \quad \left(r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)$$

$$\textbf{(2-4)} \ \overrightarrow{F}(x,y,z) = \left(-f\frac{x}{r^3}, -f\frac{y}{r^3}, -f\frac{z}{r^3}\right), \quad \left(r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)$$