

問題1 [古典粒子の円運動]

長さ  $r$  のロープがあり, 片端が原点に固定され, もう片端には質量  $m$  のオモリがつながれている. オモリはロープに引っ張られつつ, 原点を中心に  $xy$  面内を反時計回りに角速度  $\omega$  で回転している (下図 (a) 参照.) 時刻  $t = 0$  においてオモリは  $(x, y) = (r, 0)$  にあるとする.

- (1-1) 時刻  $t$  におけるオモリの位置  $\vec{r}(t)$  を求めよ.
- (1-2) 時刻  $t$  におけるオモリの速度  $\vec{v}(t)$  およびその大きさ  $v = |\vec{v}(t)|$  を求めよ.
- (1-3) 時刻  $t$  におけるオモリの加速度  $\vec{a}(t)$  およびその大きさ  $a = |\vec{a}(t)|$  を求めよ.
- (1-4) 速度ベクトルは常に位置ベクトルと直交することを示せ.
- (1-5) 加速度ベクトルは常にオモリから原点に向かう向きにあることを示せ.
- (1-6) “等速”円運動なのに加速度がゼロでないのはなぜか?
- (1-7) ロープがオモリを引っ張る力の大きさ  $f$  は

$$f = m \frac{v^2}{r}$$

と書けることを示せ.

問題2 [サイクロトロン運動]

$z$  軸方向の一様な磁束密度  $\vec{B} = (0, 0, B_z)$  の中で, 電荷  $q$  の荷電粒子を原点から初速度  $\vec{v}(0) = (0, v_0, 0)$  で打ち出す. (下図 (b) 参照)

- (2-1) 荷電粒子の運動方程式を書け.
- (2-2) 運動方程式を一回積分し, 時刻  $t$  での速度  $\vec{v}(t)$  を求めよ.
- (2-3) 運動方程式をもう一回積分し, 時刻  $t$  での位置  $\vec{r}(t)$  を求めよ.
- (2-4) 荷電粒子の運動が等速円運動であることを示し, 円運動の中心と半径, および角速度と周期を求めよ.

