物理学演習II　第4回　静磁場

2015年10月23日　担当：佐藤 純

問題1 静磁場を記述する各物理量の次元を，以下の手順で決定せよ．

(1-1) 静電気力に対するクーロンの法則

$$F = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

から，真空の誘電率 ϵ_0 の次元を [C], [N], [m] を用いて表せ．

F は力で，単位は [N](ニュートン) であり，q, q' は電荷で，単位は [C](クーロン) であり，r は距離で，単位は [m] である．ϵ_0 の次元を知りたいので，これについて解くと，

$$\epsilon_0 = \frac{qq'}{4\pi F r^2}$$

なので，

$$\boxed{\epsilon_0 = \left[\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2}\right]}$$

を得る．4π はただの数値（定数）で，単位はない（無次元という）．

(1-2) 真空中の光速 c は，真空の誘電率 ϵ_0 と透磁率 μ_0 を用いて $c = \dfrac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ と表される．このことから，真空の透磁率 μ_0 の次元を [N], [A] を用いて表せ．

c は速度なので，単位は [m/s] である．μ_0 の次元を知りたいので，これについて解くと，

$$\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$$

なので，

$$\mu_0 = \left[\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2}\right]^{-1}\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]^{-2} = \left[\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^2}\right] = \left[\frac{\mathrm{N}}{(\mathrm{C/s})^2}\right]$$

となるが，電流は単位時間に流れる電荷量なので [A](アンペア)=[C/s] であり，

$$\boxed{\mu_0 = \left[\mathrm{N/A}^2\right]}$$

を得る．

(1-3) 距離 r だけ離れた2つの磁荷 q_m, q'_m の間には磁気力

$$F = \frac{q_m q'_m}{4\pi\mu_0 r^2}$$

が働く．この式から，磁荷の単位 [Wb] の次元を [J], [A] を用いて表せ．

$$q_m q'_m = 4\pi F \mu_0 r^2$$

より,

$$[\mathrm{Wb}]^2 = [\mathrm{N}]\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}\right][\mathrm{m}^2] = \left[\frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{A}}\right]^2$$

となるが，仕事 (=エネルギー) は力×移動距離なので，[J](ジュール)=[Nm] であり，

$$\boxed{[\mathrm{Wb}] = [\mathrm{J/A}]}$$

を得る．

(1-4) 電場の時と同様に，磁荷 q_m が距離 r だけ離れた地点に作る磁場の大きさ H は,

$$H = \frac{q_m}{4\pi\mu_0 r^2}$$

で表される．この式から，磁場の次元を [m], [A] を用いて表せ.

$$H = [\mathrm{Wb}]\left[\mathrm{N/A^2}\right]^{-1}[\mathrm{m}]^{-2} = \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{A}}\frac{\mathrm{A}^2}{\mathrm{N}}\frac{1}{\mathrm{m}^2}\right] = \left[\frac{\mathrm{JA}}{\mathrm{Nm}^2}\right]$$

となるが，[J]=[Nm] より

$$\boxed{H = [\mathrm{A/m}]}$$

を得る．

(1-5) 磁束密度 B は

$$B = \mu_0 H$$

で定義される．この式から，磁束密度 B の単位 [T](テスラ) の次元を [m], [A], [N] を用いて表せ.

$$[\mathrm{T}] = \left[\mathrm{N/A^2}\right][\mathrm{A/m}] = \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{Am}}\right], \qquad \boxed{[\mathrm{T}] = \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{Am}}\right]}$$

問題 2 直線電流 I が距離 r だけ離れたところに作る磁場の大きさは

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

である．1[A] の直線電流が 2cm 離れた地点に作る磁束密度は何 [G] か？
ただし，$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}[\mathrm{N/A^2}]$,　1[T](テスラ)=10000[G](ガウス) である.

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \times 10^{-7}[\mathrm{N/A^2}] \times 1[A]}{2\pi \times 0.02[\mathrm{m}]} = 10^{-5}[\mathrm{T}] = \boxed{0.1[\mathrm{G}]}$$

問題 3 円筒に沿って導線をらせん状に密に巻きつけたものをソレノイドという．長さ ℓ の円筒に N 回巻いたソレノイドが円筒内部に作る磁場の大きさは

$$H = I\frac{N}{\ell}$$

である．長さ 10cm の円筒にコイルを 400 回巻いたソレノイドに，5[A] の電流を流したときの磁束密度は何 [G] か？

$$B = \mu_0 H = \mu_0 I\frac{N}{\ell} = 4\pi \times 10^{-7}[\mathrm{N/A^2}] \times 5[A]\frac{400}{0.1[\mathrm{m}]} = 10^{-5}[\mathrm{T}] = \boxed{250[\mathrm{G}]}$$