

問題1 3次元 xyz 空間の原点に電荷 q がある.

(1-1) 点 A の位置ベクトルを \vec{r}_A , その大きさを r_A とする ($r_A = |\vec{r}_A|$).
点 A に電荷 q_A があるとき, この電荷に働く力 \vec{F}_A を \vec{r}_A, r_A を使って表せ.

(1-2) 原点の電荷 q が \vec{r} の位置に電場

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}$$

を発生していると考え, 上で求めた力 \vec{F}_A を電場 $\vec{E}(\vec{r})$ を使って表せ.

(1-3) 点 B の位置ベクトルを \vec{r}_B , その大きさを r_B とする ($r_B = |\vec{r}_B|$).
点 B に電荷 q_B があるとき, この電荷に働く力 \vec{F}_B を電場 $\vec{E}(\vec{r})$ を使って表せ.

問題2 地上に質量 m のボールが置いてある. 鉛直上向きに z 軸を取る.

(2-1) ボールを高さ $z = h$ の地点まで持ち上げるのに必要な仕事量 W を求めよ.

(2-2) 高さ z におけるこのボールの位置エネルギーは $U(z) = mgz$ で与えられる.
このとき, 関係式 $W = U(h) - U(0)$ を確認せよ.

(2-3) 高さ z においてボールが受ける力 $F(z)$ は, $F(z) = -U'(z)$ で与えられることを確認せよ.

問題3 摩擦のない床にバネ定数 k のバネがあり, 左端は固定, 右端には質量 m のおもりが付けられている. バネ左端から右端に向かって x 軸を取り, バネが自然長の位置を $x = 0$ とする.

(3-1) バネを a だけ伸ばすのに必要な仕事量 W を求めよ.

(3-2) バネが x だけ伸びているとき持っている弾性エネルギーは $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$ で与えられる.
このとき, 関係式 $W = U(a) - U(0)$ を確認せよ.

(3-3) おもりが位置 x においてバネから受ける力は $F(x) = -U'(x)$ で与えられることを確認せよ.

問題4 x 軸原点に電荷 q がある.

(4-1) 位置 $x = a$ に単位電荷 $1[\text{C}]$ があるとき, この単位電荷が受ける力 $E_x(a)$ を求めよ.

(4-2) この単位電荷を $x = b$ まで運ぶのに必要な仕事 W を求めよ.

(4-3) 位置 x における電位を

$$\phi(x) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x}$$

とする. このとき, 関係式 $W = \phi(b) - \phi(a)$ を確認せよ.

(4-4) 位置 x において単位電荷が受ける力は

$$E_x(x) = -\phi'(x)$$

で与えられることを確認せよ.

(4-5) 3次元の場合には, 原点からの距離 r における電位は

$$\phi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

で与えられる. 位置ベクトル \vec{r} にある単位電荷が受ける力 (=電場) は

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial y}, \frac{\partial\phi}{\partial z}\right)$$

と書けることを示せ.