数学 II　第 7 回　一階線形微分方程式

2015 年 11 月 17 日　担当：佐藤 純

問題 1 以下の一階線形微分方程式を，与えられた初期条件のもとに解け．

(1-1) $y' - y = x \qquad (x, y) = (0, 0)$

(1-2) $y' - 2y = e^x \qquad (x, y) = (0, 0)$

(1-3) $y' + xy = x^3 \qquad (x, y) = (0, 0)$

(1-4) $y' + y\cos x = \sin 2x \qquad (x, y) = (0, 0)$

問題 2 自己インダクタンス L のコイルと抵抗 R を直列につないだ回路に，時刻 t における起電力が $E(t)$ で与えられる電源をつなぐ．この回路に流れる電流 $I(t)$ は，微分方程式

$$L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}I(t) + RI(t) = E(t)$$

を満たす．初期条件として，$t < 0$ のとき電源はオフで，$E(t) = I(t) = 0$ とする．

時刻 $t = 0$ に電源をオンにして起電力 V (=定数) を与え，時刻 $t = T$ に再び電源をオフにする．すなわち，$0 < t < T$ で $E(t) = V$, $t > T$ で $E(t) = 0$ とする．

(2-1) 回路の起電力 $E(t)$ のグラフを描け．

(2-2) $L = 0$ のとき，回路を流れる電流 $I(t)$ のグラフを描け．

(2-3) $L > 0$ のとき，回路を流れる電流 $I(t)$ のグラフを描け．