

問題1 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(1-1) $y' = 3y$

(1-2) $y' = x(1 - y)$

(1-3) $y' = y^2x^3$

(1-4) $yy' = x$

(1-5) $yy' = xe^{x^2+y^2}$

(1-6) $y' = 1 - y^2$

(1-7) $y' + y \tan x = 0$

問題2 以下の微分方程式を初期条件 $(x, y) = (0, 1)$ のもとで解け.

(2-1) $y' = 3y$

(2-2) $y' = y^2x^3$

(2-3) $yy' = x$

(2-4) $y' + y \tan x = 0$

問題3 反応速度定数 k の化学反応 $A + B \rightarrow C$ を考える.

(3-1) 時刻 $t = 0$ での A, B の濃度を N とし, C の濃度を 0 とする.
化学反応で C が x だけ生成されたとき, A, B の濃度を求めよ.

(3-2) 時刻 t における C の濃度 $x(t)$ が満たす微分方程式を書け.

(3-3) 上の微分方程式を解くことにより $x(t)$ を求め, グラフを描け.

問題4 地上の高い地点から質量 m のボールをそっと放し, ボールを落下させる.
その際, ボールは速度に比例する空気抵抗を受けるとし, その比例定数を γ とする.
鉛直下向きに z 軸を取り, ボールの初期位置を $z = 0$ とする.

(4-1) ボールの運動方程式を立てよ.

(4-2) 空気抵抗と重力が釣り合う条件から, 時刻無限大 $t \rightarrow \infty$ でのボールの速度 v_∞ を求めよ.

(4-3) 運動方程式を解くことにより, 時刻 t における物体の速度 $v(t)$ を求め, グラフを描け.

(4-4) 空気抵抗を小さくする極限 $\gamma \rightarrow 0$ で, ボールの運動は空気抵抗がない場合の自由落下 ($v = gt$) になることを示せ.