数学II　第4回　定積分の応用

2015年10月20日　　担当：佐藤 純

問題 1　xy 平面内の曲線 $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$ を考える．

(1-1) この曲線を xy 平面内に図示せよ．

(1-2) 上で描いた曲線と，x 軸，y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ．

問題 2　極方程式 $r=a^{\theta}\,(a>1,-\pi\leq\theta\leq\pi)$ で表される曲線を考える．

(2-1) この曲線を，xy 平面内に図示せよ．

(2-2) 上で描いた曲線のうち，$0\leq\theta\leq\pi/2$ の部分と，x 軸，y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ．

問題 3　極方程式 $r=2+\cos\theta\,(-\pi\leq\theta\leq\pi)$ で表される曲線を考える．

(3-1) この曲線を，xy 平面内に図示せよ．

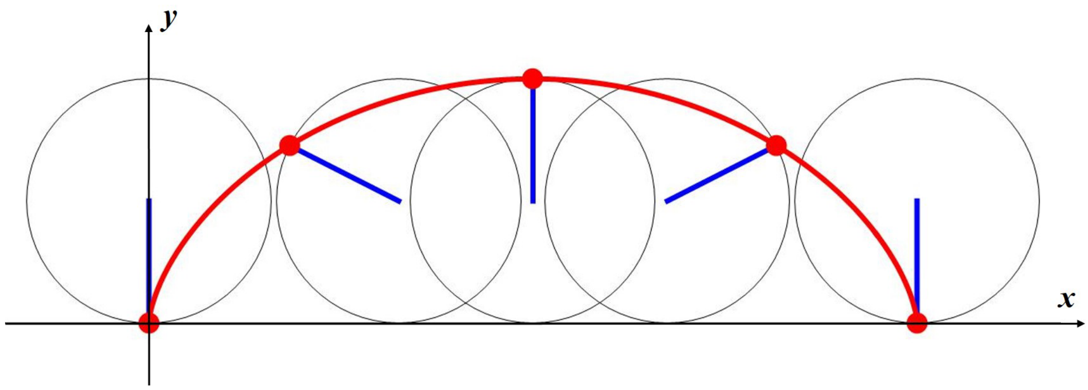
(3-2) 上で描いた閉曲線が囲む面積を求めよ．

問題 4　半径 r の円が，x 軸上を図のように滑らずに回転する．円にはボールが固定されている．最初ボールは原点で x 軸に接していて，円が一周して再び x 軸に接するまでのボールの軌跡を考える．

(4-1) 円が θ だけ回転 $(0\leq\theta\leq 2\pi)$ したときのボールの位置座標を求めよ．

(4-2) ボールの軌跡の全長を求めよ．

(4-3) ボールの軌跡と x 軸で囲まれる面積を求めよ．



問題 5　以下の体積を積分計算によって求めよ．

(5-1) 底面積 S, 高さ h の円錐の体積 V．

(5-2) 半径 r の球の体積 V．

(5-3) 円 $(x-b)^2+y^2=a^2,\ (0<a<b)$ が y 軸の周りに回転してできる立体の体積 V．