

問題1 以下の不定積分を計算せよ.

(1-1) $\int (x^2 + 2x + 3) dx$

(1-9) $\int \tan x dx$

(1-2) $\int \frac{1}{x^3} dx$

(1-10) $\int \cos x e^{\sin x} dx$

(1-3) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$

(1-11) $\int x \sin x dx$

(1-4) $\int e^{-2x} dx$

(1-12) $\int x \log x dx$

(1-5) $\int (3x^2 - 2x)(x^3 - x^2 + 1)^3 dx$

(1-13) $\int \frac{1}{x \log x} dx$

(1-6) $\int \frac{3x^2 - 2x}{x^3 - x^2 + 1} dx$

(1-14) $\int \log x dx$

(1-7) $\int \cos x (\sin^2 x + \sin x + 1) dx$

(1-15) $\int \frac{1}{x^2 - 1} dx$

(1-8) $\int \frac{(\log x)^3}{x} dx$

(1-16) $\int e^x \sin x dx$

問題2 以下の定積分を計算せよ.

(2-1) $\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx$

(2-4) $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$

(2-2) $\int_0^{\pi} \sin x dx$

(2-5) $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$

(2-3) $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$

(2-6) $\int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx$

問題3 関数 $f(x)$ が

$$f(x) = x - \int_0^1 f(x) dx$$

を満たすとき、 $f(x)$ を求めよ.

問題4 2つの不定積分

$$A = \int e^{ax} \cos bxdx, \quad B = \int e^{ax} \sin bxdx$$

を求めたい. ただし、 a, b は定数とする.

(4-1) 部分積分することにより、 A を B の式で、 B を A の式で表せ.

(4-2) 上で求めた A, B に対する連立方程式を解くことにより、 A, B を求めよ.

(4-3) 積分 $\int e^{(a+ib)x} dx$ を計算し、実部と虚部をとることにより A, B を求めよ.