

問題 1 以下の関数のグラフを描け．

(1-1) $y = \sin x$

(1-2) $y = \cos x$

(1-3) $y = \tan x$

(1-4) $y = \sin^{-1} x$
 $(-1 \leq x \leq 1, -\pi/2 \leq y \leq \pi/2)$

(1-5) $y = \cos^{-1} x$
 $(-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \pi)$

(1-6) $y = \tan^{-1} x$
 $(-\infty < x < \infty, -\pi/2 < y < \pi/2)$

(1-7) $y = e^x$

(1-8) $y = e^{-x}$

(1-9) $y = \pi(1 - e^{-x})$

(1-10) $y = \log x$

(1-11) $y = \log(1 + x)$

問題 2 以下の関数のグラフを描け．極大極小点がある場合は，その座標も書き込むこと．

(2-1) $y = e^{-x^2}$

(2-2) $y = xe^{-x}$

(2-3) $y = e^{-x} - e^{-2x}$

(2-4) $y = x^{\frac{1}{x}} (x > 0)$

問題 3

(3-1) 不等式 $\sin x \geq x - \frac{x^2}{\pi}$ が成り立つことを示せ．

(3-2) 方程式 $\sin x = x - \frac{x^2}{\pi}$ の解を全て求めよ．

問題 4 方程式 $e^x = \pi x$ の実数解の個数を求めよ．

問題 5 e^π と π^e の大小関係を調べたい．ただし， $e = 2.71\dots$ ， $\pi = 3.14\dots$ である．

(5-1) $f(x) = x - e \log x (x > 0)$ のグラフを描き， $f(\pi) > 0$ を示せ．

(5-2) e^π と π^e の大小関係を決定せよ．

問題 6 以下の極限值を計算せよ．

(6-1) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x$

(6-2) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x}$

(6-3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \log x$

(6-4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x}$

(6-5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x}$

(6-6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x) - x}{x^2}$

(6-7) $\lim_{x \rightarrow 0} xe^{-x}$

(6-8) $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x}$

(6-9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^x + 1}$

(6-10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^x - 1}$

(6-11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$

(6-12) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} x \right)$

(6-13) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x + x^2} \right)$