数学演習I　第11回　数列

2015年6月24日　担当：佐藤 純

問題1 以下の等差数列 $\{a_1, a_2, a_3, \cdots\}$ の一般項 a_n を n の式で表せ.

(1-1) $\{2, 4, 6, 8, 10, \cdots\}$　**(1-2)** $\{1, 4, 7, 10, 13, \cdots\}$　**(1-3)** $\{5, 2, -1, -4, -7, \cdots\}$

問題2 以下の等比数列 $\{a_1, a_2, a_3, \cdots\}$ の一般項 a_n を n の式で表せ.

(2-1) $\{2, 4, 8, 16, 32, \cdots\}$　**(2-2)** $\{4, 12, 36, 108, 324, \cdots\}$　**(2-3)** $\{12, 6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \cdots\}$

問題3 以下の和を計算せよ.

(3-1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} k$　**(3-2)** $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} 2^k$　**(3-3)** $\displaystyle\sum_{k=1}^{4} 1$　**(3-4)** $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} (k-1)^2(k+1)$

問題4 以下の和を n の式で表せ.

(4-1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k$　**(4-2)** $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} ar^{k-1}$　**(4-3)** $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$　**(4-4)** $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (3k-2)$

問題5 以下の漸化式を満たす数列の a_1, a_2, a_3, a_4 を求め，さらに一般項 a_n を n の式で表せ.

(5-1) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3$　**(5-2)** $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n$

問題6 漸化式 $a_{n+1} = 3a_n - 4$ $(a_1 = 2)$ を満たす数列の一般項 a_n を求めたい.

(6-1) a_1, a_2, a_3, a_4 を求めよ.

(6-2) $a_{n+1} - \beta = \alpha(a_n - \beta)$ を満たす α, β を求めよ.

(6-3) $b_n = a_n - \beta$ とするとき，b_n を求めよ.

(6-4) a_n を求めよ．この式に $n = 1, 2, 3, 4$ を代入して (6-1) の結果を再現することを確かめよ.

問題7 フィボナッチ数列 $\{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \cdots\}$ の一般項 a_n を求めたい.

(7-1) 漸化式を書け.

(7-2) $a_{n+2} - \beta a_{n+1} = \alpha(a_{n+1} - \beta a_n)$ とするとき，α, β を求めよ.

(7-3) $b_n = a_{n+1} - \beta a_n$, $c_n = a_{n+1} - \alpha a_n$ とするとき，b_n, c_n を求めよ.

(7-4) $b_n - c_n$ を計算することにより，a_n を求めよ.

(7-5) a_n の式に $n = 1, 2, 3, 4$ を代入して，計算結果を確かめよ.

問題8 J君はAさんとBさんの家を行ったり来たりしている．サイコロを振り，3の倍数が出たら別の家に移動し，3の倍数でなければ今いる家にとどまるとする．n 回サイコロを振った後，Aさんの家にいる確率を a_n, Bさんの家にいる確率を b_n とする．最初，J君はAさんの家にいたとする．すなわち，$a_0 = 1$, $b_0 = 0$ とする.

(8-1) (a_1, b_1), (a_2, b_2) を求め，$a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = 1$ を確かめよ.

(8-2) a_n, b_n が満たす漸化式を書け.

(8-3) $a_n - b_n$ が満たす漸化式を解き，$a_n + b_n = 1$ と合わせて a_n, b_n を求めよ.

(8-4) 無限回サイコロを振った後，Aさんと Bさんの家どちらにいる確率の方が高いか？