

数学演習I 第10回 積分法I

2015年6月17日 担当：佐藤 純

問題1 以下の不定積分を計算せよ.

$$(1-1) \int (-3)dx$$

$$(1-3) \int (1 - 2x + 3x^2)dx$$

$$(1-5) \int (x + 3)(x - 3)dx$$

$$(1-2) \int (2x - 1)dx$$

$$(1-4) \int 4x^7dx$$

$$(1-6) \int (2x + 1)(3x - 2)dx$$

問題2 以下の条件を満たす関数 $f(x)$ を求めよ.

$$(2-1) f(0) = 1, f'(x) = 3x^2 + 2x + 5$$

$$(2-2) f(3) = -1, f'(x) = (x + 2)(x - 1)$$

問題3 以下の定積分を計算せよ.

$$(3-1) \int_1^2 (-5)dx$$

$$(3-5) \int_{-1}^1 (x^3 + x^4)dx$$

$$(3-9) \int_2^3 (2x + 1)(x - 1)dx$$

$$(3-2) \int_0^1 (4x - 3)dx$$

$$(3-6) \int_1^2 (x^2 - x)dx$$

$$(3-10) \int_0^a (x + 1)^2 dx$$

$$(3-3) \int_{-1}^1 x^3 dx$$

$$(3-7) \int_0^1 (2x - 1)^2 dx$$

$$(3-11) \int_b^0 \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 dx$$

$$(3-4) \int_{-1}^1 x^4 dx$$

$$(3-8) \int_{-1}^1 \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 dx$$

$$(3-12) \int_a^b (4x + 1)dx$$

問題4 以下の定積分を計算せよ.

$$(4-1) \int_0^2 x^3 dx + \int_2^4 x^3 dx$$

$$(4-2) \int_{-2}^4 2x^2 dx + \int_5^{-2} 2x^2 dx$$

$$(4-3) \int_0^1 (x^4 + 2x^2 + 4)dx + \int_1^0 (x^4 + 2x^2 + 4)dx$$

問題5 以下の2つの曲線または直線によって囲まれる領域の面積を求めよ.

$$(5-1) y = -(x - 4)^2 + 4, \quad x \text{ 軸}$$

$$(5-2) y = x^2 - x + 2, \quad y = -x^2 + x + 14$$

問題6 不等式 $\int_{\frac{3}{7}}^{-\frac{2}{5}} (x^5 + x^3 + 3x^2 - 4x + 2)dx > \int_{\frac{3}{7}}^{-\frac{2}{5}} (x^5 + x^3 + x^2)dx$ を示せ.

問題7 関数 $f(x)$ が $f(x) = x - \int_0^1 f(x)dx$ を満たすとき, $f(x)$ を求めよ.

問題8 放物線 $y = x^2 - 4x + c$ と x 軸によって囲まれる領域の面積が $8\sqrt{6}$ であるとき, c の値を求めよ.