

問題1 2つの3次元空間ベクトル \vec{a}, \vec{b} に対し, $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}| \sin \theta$ を示せ.
ただし, ベクトル \vec{a}, \vec{b} のなす角を θ とする.

問題2 三角形 OAB の3辺の長さを $a = OA, b = OB, c = AB$ とし, 面積を S とする.

(2-1) $\angle AOB = \theta$ とすると,

$$S = \frac{1}{2}ab \sin \theta$$

と書けることを示せ.

(2-2) $\vec{a} = \overrightarrow{OA}, \vec{b} = \overrightarrow{OB}, \vec{c} = \overrightarrow{BA}$ とすると, $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ と書けることを用いて,
余弦定理

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$$

を示せ.

(2-3) $s = \frac{a+b+c}{2}$ とすると,

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

となることを示せ.

問題3 3次元空間内の4点 A, B, C, D の座標を, A:(1, -3, 2), B:(-1, 1, -2), C:(3, 0, 1), D:(2, -1, 2) とする.

(3-1) 三角形 ABC の面積を求めよ.

(3-2) 四面体 ABCD の体積を求めよ.