

問題 1 以下の極限值を計算せよ。

$$\begin{array}{llll}
 (1-1) \lim_{x \rightarrow 0} (2x - 1) & (1-5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} & (1-8) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{2x - 1} & (1-11) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{3x^2 + 1} \\
 (1-2) \lim_{x \rightarrow \infty} (2x - 1) & (1-6) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} & (1-9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2 + 1} & (1-12) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3}{3x^2 + 1} \\
 (1-3) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2x - 1} & & & \\
 (1-4) \lim_{x \rightarrow \infty} (-2x + 1) & (1-7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} & (1-10) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{3x^2 + 1} & (1-13) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\sqrt{3x^2 + 1}}
 \end{array}$$

問題 2 以下の問いに答えよ。

- (2-1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ の定義式を書け。
 (2-2) 自然数 n に対し, $(x^n)' = nx^{n-1}$ が成り立つことを上の定義式から導け。
 (2-3) 極限值 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+3h) - f(x)}{h}$ を $f'(x)$ で表せ。

問題 3 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ とする。

- (3-1) $y = f(x)$ のグラフを xy 平面に描け。
 (3-2) 2 点 $(1, f(1)), (3, f(3))$ を直線で結び, $1 \leq x \leq 3$ における y の平均変化率を求めよ。
 (3-3) 2 点 $(1, f(1)), (2, f(2))$ を直線で結び, $1 \leq x \leq 2$ における y の平均変化率を求めよ。
 (3-4) $x = 1$ における $f(x)$ のグラフの接線を引き, 微分係数 $f'(1)$ を求めよ。

問題 4 以下の関数を微分せよ。

$$\begin{array}{lll}
 (4-1) y = x^7 & (4-5) y = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2} & (4-9) y = \frac{2}{\sqrt[3]{x}} \\
 (4-2) y = x^3 + x^2 + x + 1 & (4-6) y = \sqrt{x} & (4-10) y = \frac{1}{x\sqrt{x}} \\
 (4-3) y = \frac{1}{x} & (4-7) y = \sqrt[3]{x} & \\
 (4-4) y = \frac{1}{x^3} & (4-8) y = \sqrt[4]{x^3} &
 \end{array}$$

問題 5 地上から物体を速度 v_0 で投げ上げると, 時刻 t における物体の高さ x は,

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \text{ で表される。}$$

- (5-1) 時刻 t における物体の速度 v を求めよ。
 (5-2) 物体が最高点に達する時刻 t とそのときの高さ x を求めよ。
 (5-3) 物体が地面に戻ってくる時刻 t とそのときの速度 v を求めよ。

問題 6 $f(x) = x^3 + 7x^2 - 5x - 5$ とする。

- (6-1) $y = f(x)$ のグラフを xy 平面に描け。
 (6-2) $y = f(x)$ のグラフの, $x = 2$ における接線の方程式を求めよ。
 (6-3) 3 次方程式 $f(x) = 0$ の実数解の個数を求めよ。
 (6-4) 3 次方程式 $f(x) = 0$ の最大の実数解を, 小数第一位まで求めよ。