数学I　第9回　ベクトル

2015年6月10日　担当：佐藤 純

問題1 3次元ベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を考える．以下の量は，スカラーかベクトルか，答えよ．

(1-1) $\vec{a}\cdot\vec{b}$　**(1-2)** $\vec{a}\times\vec{b}$　**(1-3)** $(\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$　**(1-4)** $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$　**(1-5)** $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}$

問題2 3次元空間内の3点 O, A, B の座標を, O:$(0,0,0)$, A:$(1,-3,2)$, B:$(-1,1,-2)$ とする．
ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ を，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ で定める．

(2-1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を計算せよ．

(2-2) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の外積 $\vec{c}=\vec{a}\times\vec{b}$ を計算し，$\vec{c}$ は $\vec{a}, \vec{b}$ と直交することを示せ．

(2-3) 点Bを通り，ベクトル $\vec{a}$ に平行な直線の方程式を求めよ．

(2-4) 点Bを通り，ベクトル $\vec{a}$ に垂直な平面の方程式を求めよ．

(2-5) 3点 O, A, B を通る平面の方程式を求めよ．

(2-6) 三角形OABの面積を求めよ．

問題3 ゼロでない2つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ に対し，$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$ が成り立つとき，ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ は直交することを示せ．

問題4 3次元ベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を考える．ベクトルの大きさを，$a=|\vec{a}|, b=|\vec{b}|, c=|\vec{c}|$ とする．
以下の式を証明せよ．

(4-1) $|\vec{a}\times\vec{b}|^2+(\vec{a}\cdot\vec{b})^2=a^2b^2$

(4-2) $(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{b})=2\vec{b}\times\vec{a}$

(4-3) $(\vec{a}-\vec{b})\times(\vec{b}-\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{b}\times\vec{c}+\vec{c}\times\vec{a}$

(4-4) $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})=\vec{b}(\vec{a}\cdot\vec{c})-\vec{c}(\vec{a}\cdot\vec{b})$