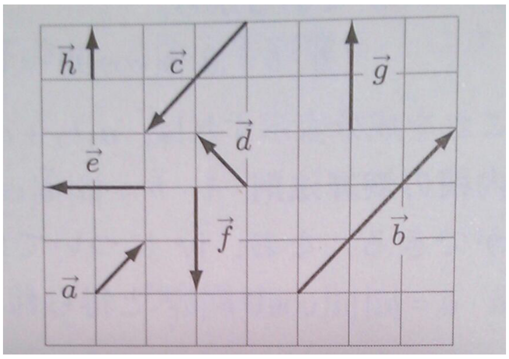
数学演習 I　第 6 回　ベクトル

2015 年 5 月 20 日　　担当：佐藤 純

問題 1 右図について以下の問いに答えよ．



(1-1) $\vec{b}$ を $\vec{a}$ を用いて表せ．

(1-2) $\vec{c}$ を $\vec{a}$ を用いて表せ．

(1-3) $\vec{a}+\vec{d}$ と等しいベクトルを，$\vec{e}, \vec{f}, \vec{g}, \vec{h}$ の中から選べ．

問題 2 以下の計算をせよ．

(2-1) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{CA}}+\overrightarrow{\mathrm{CB}}-\overrightarrow{\mathrm{DB}}$

(2-2) $\overrightarrow{\mathrm{DC}}+\overrightarrow{\mathrm{ED}}+\overrightarrow{\mathrm{BA}}+\overrightarrow{\mathrm{CB}}$

(2-3) $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}+\overrightarrow{\mathrm{QR}}+\overrightarrow{\mathrm{RP}}$

(2-4) $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}-\overrightarrow{\mathrm{RQ}}-\overrightarrow{\mathrm{SR}}+\overrightarrow{\mathrm{SP}}$

(2-5) $\dfrac{3\vec{a}-5\vec{b}}{2}+\dfrac{2\vec{a}-3\vec{b}}{3}$

(2-6) $\dfrac{2\vec{a}+3\vec{b}}{5}-\dfrac{4\vec{a}-3\vec{b}}{3}$

(2-7) $-\dfrac{4\vec{x}-5}{2}-\dfrac{2\vec{x}+3}{4}$

問題 3 $\vec{a}=(3,-4), \vec{b}=(-3,9), \vec{c}=(5,12)$ であるとき，次のベクトルの成分および大きさを求めよ．

(3-1) $-5\vec{a}$

(3-2) $\vec{a}+\vec{b}$

(3-3) $\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$

(3-4) $\dfrac{\vec{c}}{2}$

(3-5) $\dfrac{3\vec{a}-2\vec{b}-3\vec{c}}{11}$

問題 4 以下の 2 つのベクトルについて，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ および 2 つのベクトルのなす角 θ を求めよ．

(4-1) $\vec{a}=(-1,2), \vec{b}=(1,3)$　**(4-2)** $\vec{a}=(4,-1), \vec{b}=(3,12)$　**(4-3)** $\vec{a}=(\sqrt{3},1), \vec{b}=(2,2\sqrt{3})$

問題 5 以下の問いに答えよ．

(5-1) 2 つのベクトル $\vec{a}=(9,x), \vec{b}=(-3,2)$ が平行である時，x の値を求めよ．

(5-2) 2 つのベクトル $\vec{a}=(2,x), \vec{b}=(-6,5)$ が垂直である時，x の値を求めよ．

(5-3) $\vec{a}=(2,-3), \vec{b}=(1,4)$ であるとき，$|\vec{a}+t\vec{b}|$ を最小にする t の値を求めよ．

(5-4) $|\vec{a}|=3\sqrt{2}, |\vec{b}|=2\sqrt{2}, |\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{6}$ であるとき，$\vec{a}+\vec{b}$ と $\vec{a}-t\vec{b}$ が垂直となるように t の値を定めよ．

問題 6 $\triangle$ABC の重心は，3 点 A, B, C の “平均” として $\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{3}$ と表される．ただし，点 O は任意の基準点である．

(6-1) $\overrightarrow{\mathrm{AG}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ で表せ．

(6-2) AG と BC の交点を H とするとき，BH=HC, AG:GH=2:1 となることを示せ．