

**問題1**  $\alpha = 3 - 2i, \beta = 2 + i$  とする。以下の式を、 $x + iy$ , ( $x, y$  は実数) の形に計算せよ。

(1-1)  $\alpha + \beta = 5 - i$

(1-2)  $\alpha\beta = 8 - i$

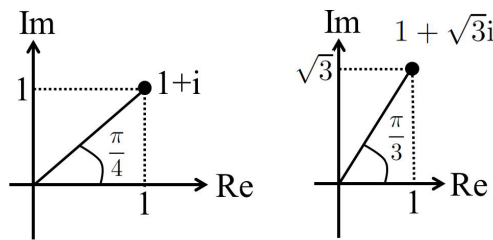
(1-3)  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{4}{5} - \frac{7}{5}i$

(1-4)  $3\alpha - 2\beta = 5 - 8i$

(1-5)  $2i\alpha = 4 + 6i$

**問題2**  $\alpha = 1 + i, \beta = 1 + \sqrt{3}i$  とする。

(2-1)  $\alpha, \beta$  を複素平面上に図示せよ。 $x$  軸となす角も書き込むこと。



(2-2)  $\alpha^2, \beta^3$  を計算せよ。

$$\alpha^2 = 2i$$

$$\beta^3 = -8$$

(2-3)  $\frac{\alpha}{\beta}$  を計算せよ。

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{1 + \sqrt{3}}{4} + \frac{1 - \sqrt{3}}{4}i$$

**問題3** 以下の複素数の絶対値を求めよ。

(3-1)  $|-2i(3 + 4i)(12 - 5i)| = |-2i| \times |3 + 4i| \times |12 - 5i| = 2 \times 5 \times 13 = 130$

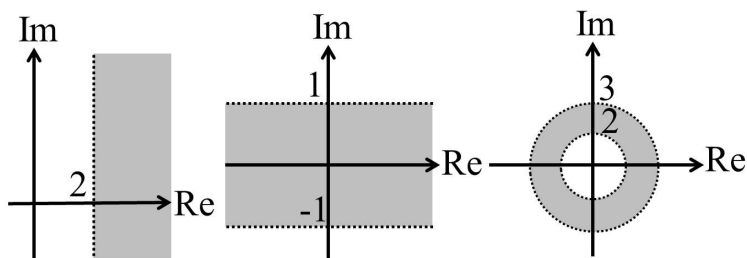
(3-2)  $\left| \frac{(1 + 2i)(3 + 4i)}{(1 - i)(1 - 2i)} \right| = \frac{|1 + 2i| \times |3 + 4i|}{|1 - i| \times |1 - 2i|} = \frac{|3 + 4i|}{|1 - i|} = \frac{5}{\sqrt{2}}$

**問題 4** 以下の式で表される領域を、複素平面上に図示せよ。

(4-1)  $\operatorname{Re} z > 2$

(4-2)  $-1 < \operatorname{Im} z < 1$

(4-3)  $2 < |z| < 3$



**問題 5** 複素数  $z$  が  $|z| = 1$  を満たすとする。

(5-1)  $\frac{1}{z} = z^*$  を示せ。

$zz^* = |z|^2 = 1$  より直ちに  $\frac{1}{z} = z^*$  を得る。

(5-2)  $\frac{z}{1+z^2}$  は実数になることを示せ。

$$\frac{z}{1+z^2} = \frac{1}{\frac{1}{z}+z} = \frac{1}{z^*+z}$$

$z+z^*$  は実数なので、証明終。