

問題 1 以下の三角関数のグラフを与えられた x の範囲で描け。
ただし、座標軸との交点の座標、極大極小点の座標を全て書き込むこと。

(1-1) $\sin x \quad (-2\pi < x < 2\pi)$

(1-4) $3 \sin 2x \quad (-\pi < x < \pi)$

(1-2) $\cos x \quad (-2\pi < x < 2\pi)$

(1-5) $A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad (-\lambda < x < \lambda)$

(1-3) $\tan x \quad (\pi < x < \pi)$

(ただし、 $A, \lambda > 0$)

問題 2

(2-1) $\sin x = \frac{2}{3}$ のとき、 $\sin(-x)$ 、 $\sin(x + \pi)$ の値を求めよ。

(2-2) $\cos x = \frac{2}{3}$ のとき、 $\cos(-x)$ 、 $\cos(x + \pi)$ の値を求めよ。

(2-3) $\tan x = 2$ のとき、 $\tan(-x)$ 、 $\tan(x + \pi)$ の値を求めよ。

問題 3 オイラーの公式 $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ を使って、加法定理

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

を示せ。

問題 4 上で示した加法定理の式を使って、以下の式を導け。

(4-1) $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
 $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

(4-3) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
 $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$
 $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

(4-2) $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$
 $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$

(4-4) $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$ 、 $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$
 $\tan^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$

問題 5 以下の式を、 $A \sin(x + \alpha)$ の形に表せ。

(5-1) $\sin x + \cos x$

(5-2) $\sqrt{3} \sin x + \cos x$

(5-3) $\sqrt{2} \sin x - \sqrt{6} \cos x$

問題 6

(6-1) $\cos 2x - \cos x = 0$ を満たす x (ただし、 $0 \leq x < 2\pi$) を全て求めよ。

(6-2) $\sin x - \sin y = \frac{1}{3}$ 、 $\cos x + \cos y = \frac{1}{2}$ であるとき、 $\cos(x + y)$ の値を求めよ。

(6-3) $\tan \alpha = \frac{1}{5}$ のとき、 $\tan 2\alpha$ 、 $\tan 4\alpha$ の値を求めよ。

(6-4) $t = \tan \frac{x}{2}$ のとき、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\tan x$ を t の式で表せ。

(6-5) $\sin x = \frac{11}{14}$ 、 $\sin y = \frac{13}{14}$ ($0 < x, y < \pi/2$) であるとき、 $x + y$ の値を求めよ。

(6-6) $\frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = 2\sqrt{2}$ ($0 < \theta < \pi/2$) であるとき、 $\sin \theta \cos \theta$ の値を求めよ。