

問題1 以下の値を求めよ。

(1-1)  $8^{2/3}$

(1-2)  $\left(3^{-\frac{5}{4}}\right)^{\frac{8}{5}}$

(1-3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$

(1-4)  $\log_{10} 0.1$

(1-5)  $\log_3 2 - \log_3 18$

問題2

(2-1)  $a, b, c$  を正の実数とし、 $a, c$  は1でないとする。 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$  を証明せよ。

(2-2)  $\log_9 27$  を計算せよ。

問題3 ドラえもんの道具に、栗饅頭の数に5分で2倍になるパイプインという道具がある。

(3-1) 栗饅頭を直径3cmの球、宇宙を直径300億光年の球とすると、宇宙の体積は栗饅頭の体積の何倍となるか？ただし、1光年は10兆kmである。

(3-2) 最初に栗饅頭が一個あったとして、パイプインを使うとおよそどのくらいの時間の後に、栗饅頭の体積が宇宙の体積を超えるか？ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010 \dots$  を使ってよい。

問題4 双曲線関数  $\cosh x, \sinh x$  を

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

で定義する。加法定理

$$\cosh(\alpha + \beta) = \cosh \alpha \cosh \beta + \sinh \alpha \sinh \beta$$

$$\sinh(\alpha + \beta) = \sinh \alpha \cosh \beta + \cosh \alpha \sinh \beta$$

を示せ。