

問題1 反応速度定数 k の化学反応 $A + B \rightarrow C$ を考える。

- (1-1) 時刻 $t = 0$ での A, B の濃度を N とし, C の濃度を 0 とする。
化学反応で C が x だけ生成されたとき, A, B の濃度を求めよ。
- (1-2) 時刻 t における C の濃度 $x(t)$ が満たす微分方程式を書け。
- (1-3) 上の微分方程式を解くことにより $x(t)$ を求め、グラフを描け。

問題2 地上の高い地点から質量 m のボールをそっと放し、ボールを落下させる。
その際、ボールは速度に比例する空気抵抗を受けるとし、その比例定数を γ とする。
鉛直下向きに z 軸を取り、ボールの初期位置を $z = 0$ とする。

- (2-1) ボールの運動方程式を立てよ。
- (2-2) 空気抵抗と重力が釣り合う条件から、時刻無限大 $t \rightarrow \infty$ でのボールの速度 v_∞ を求めよ。
- (2-3) 運動方程式を解くことにより、時刻 t における物体の速度 $v(t)$ を求め、グラフを描け。
- (2-4) 空気抵抗を小さくする極限 $\gamma \rightarrow 0$ で、ボールの運動は空気抵抗がない場合の自由落下 ($v = gt$) になることを示せ。

問題3 自己インダクタンス L のコイルと抵抗 R を直列につないだ回路に、時刻 t における起電力が $E(t)$ で与えられる電源をつなぐ。この回路に流れる電流 $I(t)$ は、微分方程式

$$L \frac{d}{dt} I(t) + RI(t) = E(t)$$

を満たす。初期条件として、 $t < 0$ のとき電源はオフで、 $E(t) = I(t) = 0$ とする。

時刻 $t = 0$ に電源をオンにして起電力 $V (= \text{定数})$ を与え、時刻 $t = T$ に再び電源をオフにする。
すなわち、 $0 < t < T$ で $E(t) = V$, $t > T$ で $E(t) = 0$ とする。

- (3-1) 回路の起電力 $E(t)$ のグラフを描け。
- (3-2) $L = 0$ のとき、回路を流れる電流 $I(t)$ のグラフを描け。
- (3-3) $L > 0$ のとき、回路を流れる電流 $I(t)$ のグラフを描け。