

数学II 第7回 同次型、一階線形微分方程式

2014年11月4日 担当：佐藤 純

問題1 以下の同次型微分方程式を、与えられた初期条件のもとに解け。

$$(1-1) \quad y' = \frac{x-y}{x+y} \quad (x, y) = (0, 0)$$

$$(1-2) \quad y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2} \quad (x, y) = (0, 1)$$

問題2 以下の一階線形微分方程式を、与えられた初期条件のもとに解け。

$$(2-1) \quad y' - y = x \quad (x, y) = (0, 0)$$

$$(2-2) \quad y' - 2y = e^x \quad (x, y) = (0, 0)$$

$$(2-3) \quad y' + xy = x^3 \quad (x, y) = (0, 0)$$

$$(2-4) \quad y' + y \cos x = \sin 2x \quad (x, y) = (0, 0)$$

問題3 自己インダクタンス L のコイルと抵抗 R を直列につないだ回路に、時刻 t における起電力が $E(t)$ で与えられる電源をつなぐ。この回路に流れる電流 $I(t)$ は、微分方程式

$$L \frac{d}{dt} I(t) + RI(t) = E(t)$$

を満たす。初期条件として、 $t < 0$ のとき電源はオフで、 $E(t) = I(t) = 0$ とする。

時刻 $t = 0$ に電源をオンにして起電力 V (=定数) を与え、時刻 $t = T$ に再び電源をオフにする。すなわち、 $0 < t < T$ で $E(t) = V$ 、 $t > T$ で $E(t) = 0$ とする。

(3-1) 回路の起電力 $E(t)$ のグラフを描け。

(3-2) $L = 0$ のとき、回路を流れる電流 $I(t)$ のグラフを描け。

(3-3) $L > 0$ のとき、回路を流れる電流 $I(t)$ のグラフを描け。