

**問題1** 以下の微分方程式の一般解を求めよ。

(1-1)  $y' = 3y$

(1-5)  $yy' = xe^{x^2+y^2}$

(1-2)  $y' = x(1-y)$

(1-6)  $y' = 1 - y^2$

(1-3)  $y' = y^2x^3$

(1-4)  $yy' = x$

(1-7)  $y' + y \tan x = 0$

**問題2** 以下の微分方程式を初期条件  $(x, y) = (0, 1)$  のもとで解け。

(2-1)  $y' = 3y$

(2-2)  $y' = y^2x^3$

(2-3)  $yy' = x$

(2-4)  $y' + y \tan x = 0$

**問題3** 反応速度定数  $k$  の化学反応  $A + B \rightarrow C$  を考える。

(3-1) 時刻  $t = 0$  での  $A, B$  の濃度を  $N$  とし、 $C$  の濃度を  $0$  とする。  
化学反応で  $C$  が  $x$  だけ生成されたとき、 $A, B$  の濃度を求めよ。

(3-2) 時刻  $t$  における  $C$  の濃度  $x(t)$  が満たす微分方程式を書け。

(3-3) 上の微分方程式を解くことにより  $x(t)$  を求め、グラフを描け。

**問題4** 地上の高い地点から質量  $m$  のボールをそっと放し、ボールを落下させる。  
その際、ボールは速度に比例する空気抵抗を受けるとし、その比例定数を  $\gamma$  とする。  
鉛直下向きに  $z$  軸を取り、ボールの初期位置を  $z = 0$  とする。

(4-1) ボールの運動方程式を立てよ。

(4-2) 空気抵抗と重力が釣り合う条件から、時刻無限大  $t \rightarrow \infty$  でのボールの速度  $v_\infty$  を求めよ。

(4-3) 運動方程式を解くことにより、時刻  $t$  における物体の速度  $v(t)$  を求め、グラフを描け。

(4-4) 空気抵抗を小さくする極限  $\gamma \rightarrow 0$  で、ボールの運動は空気抵抗がない場合の自由落下 ( $v = gt$ ) になることを示せ。