数学II　第4回　定積分の応用

2014年10月14日　　担当：佐藤 純

問題1

(1-1) 曲線 $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$ を xy 平面上に図示せよ。

(1-2) 上で描いた曲線と、x 軸、y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

問題2

(2-1) 極方程式 $r=a^{\theta}\,(a>1,-\pi<\theta<\pi)$ で表される曲線を、xy 平面上に図示せよ。

(2-2) 上で描いた曲線のうち、$0<\theta<\pi/2$ の部分と、x 軸、y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

(2-3) 極方程式 $r=2+\cos\theta\,(-\pi<\theta<\pi)$ で表される曲線を、xy 平面上に図示せよ。

(2-4) 上で描いた閉曲線が囲む面積を求めよ。

問題3 xy 平面をボールが運動している。時刻 t におけるボールの位置ベクトルは、$\vec{r}=(t-\sin t, 1-\cos t)$ で与えられるとする。

(3-1) 時刻 $0<t<2\pi$ の間に描くボールの軌跡を xy 平面に図示せよ。

(3-2) 上で描いた曲線の全長を求めよ。

問題4

(4-1) 底面積 S, 高さ h の円錐の体積 V を求めよ。

(4-2) 半径 r の球の体積 V を求めよ。

(4-3) 円 $x^2+(y-b)^2=a^2,\ (0<a<b)$ が x 軸の周りに回転してできる立体の体積 V を求めよ。