数学演習I　第9回　ベクトルの内積

2014年6月11日

担当：佐藤 純

問題 1

2次元ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ が、成分表示で $\vec{a} = (1, 2),\ \vec{b} = (-1, 1)$ と与えられているとする。

(1-1) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{a}+\vec{b}, \vec{a}-\vec{b}$ を図示せよ。

(1-2) $3\vec{a} - 2\vec{b}$ を計算せよ。

(1-3) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を計算せよ。

(1-4) ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ のなす角を θ とするとき、$\cos\theta, \sin\theta, \tan\theta$ の値を求めよ。

(1-5) ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ の線形結合でベクトル $\vec{x} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$ を作る。このとき、$\vec{x} = 0$ ならば $\alpha = \beta = 0$ となることを示せ。

(1-6) $\vec{c} = (2, 4)$ とする。ベクトル $\vec{a}, \vec{c}$ の線形結合でベクトル $\vec{x} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{c}$ を作る。このとき、$\vec{x} = 0$ であっても必ずしも $\alpha = \beta = 0$ とはならないことを示せ。

問題 2

ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ が、$|\vec{a}| = 2,\ |\vec{b}| = 3,\ |\vec{a} + \vec{b}| = 4$ を満たすとする。

(2-1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を計算せよ。

(2-2) ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ のなす角を θ とするとき、$\tan\theta$ の値を求めよ。

(2-3) $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ を計算せよ。

問題 3

ゼロでない2つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ に対し、$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ が成り立つとき、ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ は直交することを示せ。

問題 4

3次元空間に、点P: $(2, -3, 1)$ と、ベクトル $\vec{a} = (1, 3, -2),\ \vec{b} = (-3, 1, -1)$ がある。

(4-1) 2つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ に共に垂直なベクトルを一つ、求めよ。

(4-2) 点Pを通り、ベクトル $\vec{a}$ に平行な直線の方程式を求めよ。

(4-3) 点Pを通り、ベクトル $\vec{a}$ に垂直な平面の方程式を求めよ。