

問題 1

以下の複素数を複素平面上に図示し、極形式で表せ。

(1-1) $1 + i$

(1-4) $-1 + i$

(1-2) $1 - \sqrt{3}i$

(1-5) $-\sqrt{6} - \sqrt{2}i$

(1-3) $3 + \sqrt{3}i$

(1-6) $-2i$

問題 2

以下の複素数を複素平面上に図示し、 $x + iy$, (x, y は実数) の形に表せ。

(2-1) $e^{i\frac{\pi}{2}}$

(2-4) $e^{i\frac{5\pi}{6}}$

(2-2) $e^{i\pi}$

(2-5) $e^{-i\frac{\pi}{4}}$

(2-3) $e^{i\frac{\pi}{3}}$

(2-6) $e^{-i\frac{\pi}{2}}$

問題 3

$\alpha = 1 + \sqrt{3}i$, $\beta = 1 + i$ とするとき、以下の値を求めよ。

(3-1) α^6

(3-2) β^8

(3-3) $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{12}$

(3-4) $\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2}\beta}\right)^{2014}$

問題 4

$\alpha = e^{i\pi/3}$, $\beta = e^{i\pi/4}$ とする。 α/β を計算することにより、 $\cos \frac{\pi}{12}$ および $\sin \frac{\pi}{12}$ の値を求めよ。

問題 5

正の実数 a, b と $0 < \theta < \pi$ に対し、複素数 α, β を $\alpha = a$, $\beta = be^{i\theta}$ で定める。

(5-1) 複素数 α, β を複素平面内に図示せよ。

(5-2) $c = |\alpha - \beta|$ とするとき、 c を前問で描いた複素平面内に図示せよ。

(5-3) 余弦定理 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$ を証明せよ。

問題 6

$a = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$, $b = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$, $z = \frac{a + ib}{a - ib} - \frac{a - ib}{a + ib} + 1$, のとき、 z^{2014} を求めよ。