

問題 1

以下の値を求めよ。

(1-1) $8^{2/3}$

(1-2) $\left(3^{-\frac{5}{4}}\right)^{\frac{8}{5}}$

(1-3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$

(1-4) $\log_{10} 0.1$

(1-5) $\log_3 2 - \log_3 18$

問題 2

(2-1) a, b, c を正の実数とし、 a, c は 1 でないとする。 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ を証明せよ。

(2-2) $\log_9 27$ を計算せよ。

問題 3

ドラえもんの道具に、栗饅頭の数が増えるバイバインという道具がある。

(3-1) 栗饅頭を直径 3cm の球、宇宙を直径 300 億光年の球とすると、宇宙の体積は栗饅頭の体積の何倍となるか？ただし、1 光年は 10 兆 km である。

(3-2) 最初に栗饅頭が一個あったとして、バイバインを使うとおよそどのくらいの時間の後に、栗饅頭の体積が宇宙の体積を超えるか？ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010 \dots$ を使ってよい。

問題 4

双曲線関数 $\cosh x, \sinh x$ を

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

で定義する。加法定理

$$\cosh(\alpha + \beta) = \cosh \alpha \cosh \beta + \sinh \alpha \sinh \beta$$

$$\sinh(\alpha + \beta) = \sinh \alpha \cosh \beta + \cosh \alpha \sinh \beta$$

を示せ。