

## 問題 1

- (1-1) 空気抵抗を無視すれば、重いものも軽いものも同じ速さで落ちることを示せ。
- (1-2) 円運動する質点の位置ベクトルと速度ベクトルは常に直交することを示せ。ただし、位置ベクトルの基準点は質点の円運動の中心とする。
- (1-3) 質点に働く力が中心力の場合には、角運動量が保存することを示せ。

## 問題 2

質量  $m$  の質点が三次元空間を運動している。時刻  $t$  における質点の位置が  $\mathbf{r}(t) = (a \cos \omega t, a \sin \omega t, b\omega t)$  で与えられているとする。ただし、 $a, b, \omega$  は定数である。

- (2-1) 時刻  $t$  における質点の速度と加速度を求めよ。
- (2-2) 時刻  $t$  における質点の運動量と運動エネルギーを求めよ。
- (2-3) 時刻  $t$  における質点の角運動量を求めよ。

## 問題 3

質量  $m$  のボールを地上の高い所に持っていき、そっと手を離して落下させた。

- 空気抵抗は無視する。
- (3-1) ボールの運動方程式を立てよ。
- (3-2) 運動方程式の両辺に速度  $v$  をかけて一回積分することにより、エネルギー保存則を示せ。
- ボールが落下する際、速度に比例した空気抵抗 (比例定数  $\gamma$ ) が働くとする。
- (3-3) ボールの運動方程式を立てよ。
- (3-4) ボールの速度  $v$  を、時間の関数として決定し、グラフを描け。
- (3-5) 以下の記述について、正しいものを全て選べ。
- (a) ボールを離れた瞬間にボールに働いている力は、重力だけである。
  - (b) ボールを離れた瞬間のボールの加速度はゼロである。
  - (c) 時間が十分に経つと、ボールの速さは一定値に収束する。
  - (d) ボールは最初は加速するが、空気抵抗がだんだん大きくなってやがて減速する。
  - (e) ボールは常に加速し続け、減速することはない。

問題 4

バネ定数  $k$  のバネの一端に質量  $m$  のおもりを付け、机の上に置いて、他端を固定する。おもりを引っ張ってバネを  $a$  だけ伸ばし、そっと手を離す。おもりと机の摩擦は無視する。

(4-1) おもりの運動方程式を立てよ。

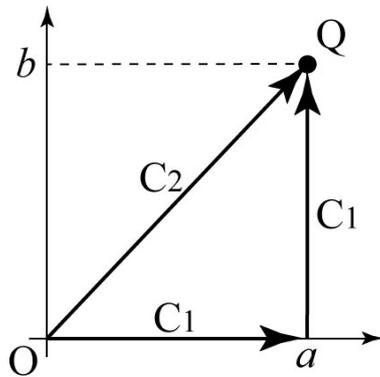
(4-2) おもりの位置を時間の関数として決定し、グラフを描け。

問題 5

2次元  $xy$  平面内を質点が運動している。場所  $(x, y)$  における質点のポテンシャルエネルギー  $U(x, y)$  は、 $U(x, y) = -\frac{k}{2}(x^2 + y^2)$  で与えられるとする。

(5-1) 場所  $(x, y)$  において質点が受ける力  $F(x, y)$  を求めよ。

(5-2) 質点が原点  $O:(0, 0)$  から点  $Q:(a, b)$  まで、図に示す二つの経路  $C_1, C_2$  に沿って移動した。その際、それぞれの経路の場合にこの力が質点に為した仕事  $W_1, W_2$  を計算せよ。



(5-3) 上で求めた仕事はどちらも、2地点  $O, Q$  のポテンシャルエネルギーの差に等しいことを示せ。

問題 6

(6-1) 長さ  $\ell$ , 質量  $m$  の棒の、中心を通過して棒に垂直な軸のまわりの慣性モーメントを求めよ。

(6-2) 一様な球が斜面を滑らずに転がり落ちる加速度は、円柱の何倍か？ただし、質量  $m$ , 半径  $a$  の一様な円柱と球の中心軸周りの慣性モーメントはそれぞれ  $\frac{1}{2}ma^2, \frac{2}{5}ma^2$  である。