

問題1

以下の物理量は何を表すか。位置、時間、速度、加速度、力、エネルギー、無次元量、の中から選べ。ただし、 $\ell$  は単振り子の糸の長さ、 $g$  は重力加速度、 $t$  は時間、 $m$  は質点の質量、 $x$  は質点の位置、 $\omega$  はバネ定数  $k$  のバネの単振動の固有振動数  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  を表すとする。

(1-1)  $2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

(1-2)  $\frac{1}{2}gt^2$

(1-3)  $m\omega^2$

(1-4)  $\frac{1}{2}m\omega^2x^2$

(1-5)  $mgx$

(1-6)  $gt$

(1-7)  $\omega t$

問題2

単振り子の振れ角  $\theta$  に対する運動方程式は、以前やったように

$$\ell\ddot{\theta} = -g \sin \theta \quad (1)$$

で与えられる。両辺に  $\dot{\theta}$  をかけて一回積分することにより、エネルギー保存則

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgy = \text{定数} \quad (2)$$

を導け。ただし、おもりの速度は  $v = \ell\dot{\theta}$  で、おもりの高さは  $y = \ell(1 - \cos \theta)$  で与えられることを用いてよい。

問題3

摩擦のない半径  $\ell$  の球面の頂上から、質量  $m$  のおもりを初速度  $v_0$  で滑り落とす。鉛直上向きに  $z$  軸を取り、球の中心を  $z = 0$  とする。

- (3-1) おもりが高さ  $z$  の位置まで滑り落ちた時の速度  $v$  を、エネルギー保存則から求めよ。
- (3-2) そのとき、球面がおもりに及ぼす垂直抗力を求めよ。ただし、速度  $v$  の円運動するおもりの加速度の中心に向かう方向の成分は  $v^2/\ell$  であることを用いてよい。
- (3-3) 球の頂上からそーっとおもりを落とすとき ( $v_0 = 0$ )、おもりはどの地点で球面から離れるか？
- (3-4) 球面上を全く滑らずにいきなり球から飛び出すためには、 $v_0$  はいくつ以上にする必要があるか？
- (3-5) おもりが球面を離れるまでに、球がおもりになす仕事を求めよ。