

問題 1

バネの一端に質量 m のおもりを付け、机の上に置いて、他端を固定する。バネ自身の質量は無視し、バネ定数を k とする。おもりが机の上を動く際に、速度に比例した摩擦力が働くとし、比例定数を γ とする。

(1-1) おもりの運動方程式を立てよ。

(1-2) 指数関数型の解 $x(t) = e^{\lambda t}$ を仮定し、 λ に対する方程式を導け。

(1-3) バネを a だけ伸ばしておもりを静かに離れた時、その後のおもりの運動を決定し、グラフで表せ。摩擦が小さいとき、大きいとき、臨界減衰のとき、の三通りに場合分けすること。

問題 2

バネの下端に質量 m のおもりを付け、上端を振動させる。鉛直下向きに x 軸をとり、バネの上端の座標を x_0 とし、 $x_0 = A \sin \omega t$ と振動させる。バネ自身の質量、空気抵抗は無視し、バネ定数を k 、バネの自然長を ℓ とする。

(2-1) 時刻 t において、おもりの位置が x のとき、バネの伸びはどれだけか。

(2-2) おもりの運動方程式を立てよ。

(2-3) おもりの運動方程式の一般解を求めよ。

(2-4) 初期条件としておもりを静かにぶらさげておいて、 $t = 0$ にバネの上端を振動させ始めたとしたとき、その後のおもりの運動を決定せよ。

(2-5) 極限 $\omega \rightarrow \omega_0$ を取れ。ただし、 ω_0 はバネの固有振動数 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ である。