

問題 1

糸の先におもりをつけ、他端を天井に固定して吊るす。糸の質量は無視し、おもりは鉛直面内で振動するとする。

糸の固定点を通る上向きの鉛直線を y 軸、おもりの最も低くなる点を原点とし、原点から水平方向に x 軸をとる。(図を参照)。

糸の長さを l 、おもりの質量を m とし、 xy 面内の運動を考える。

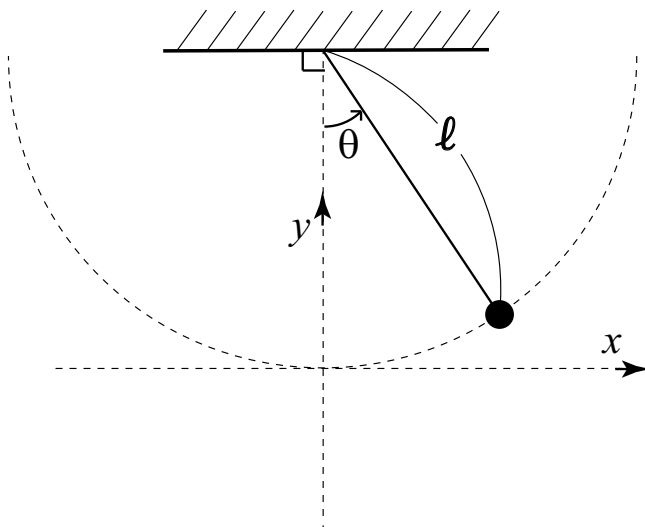
(1-1) 単振り子の糸が y 軸となす角を θ とする。(図を参照)。
おもりの位置座標 (x, y) を θ を用いて表せ。

(1-2) 上式を時間微分することにより、 \ddot{x} , \ddot{y} を $\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$ の式で表せ。

(1-3) 重力加速度を g , 糸の張力を T とし、おもりの運動方程式を立てよ。

(1-4) 上式から糸の張力 T を消去し、問題 (1-2) の結果を使って、 θ に対する微分方程式を導け。

(1-5) 振り子の振幅が十分小さいとき、振り子の運動は単振動になることを示し、振動の周期を求めよ。



問題 2

t の関数 x に対する以下の微分方程式を、初期条件 $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$ のもとに解き、グラフを描け。

(2-1) $\ddot{x} = 4x$

(2-2) $\ddot{x} = -4x$

(2-3) $\ddot{x} = -4\dot{x} - 3x$

(2-4) $\ddot{x} = -6\dot{x} - 9x$

(2-5) $\ddot{x} = -4\dot{x} - 5x$