

問題1

x の関数 y に対する以下の微分方程式を、初期条件 $(x, y) = (0, 0)$ のもとに解け。

(1-1) $y' = x(1 - y)$

(1-2) $y' = (1 - y)^2$

問題2

地上の高い地点から質量 m のボールをそっと放し、ボールを落下させる。その際、ボールの速度に比例する空気抵抗を受けるとし、その比例定数を γ とする。鉛直下向きに z 軸を取り、ボールの初期位置を $z = 0$ とする。

(2-1) ボールの運動方程式を立てよ。

(2-2) 運動方程式を一回積分することにより、物体の速度を時間の関数として表し、グラフを描け。

(2-3) 運動方程式をもう一回積分することにより、物体の位置を時間の関数として表せ。

(2-4) 空気抵抗を小さくする極限 $\gamma \rightarrow 0$ で、ボールの運動は空気抵抗がない場合の自由落下になることを示せ。ただし、 s が十分小さいとき $e^s \simeq 1 + s + \frac{s^2}{2}$ と近似できることを用いてよい。