

1. 以下の微分方程式の一般解を求めよ。

(1) $y'' + y' - 2y = -2x^2 + 4x - 1$

(2) $y'' + y' - 6y = e^{2x}$

(3) $y'' - y' - 2y = \cos x$

2.

(1) $z = 3x^2y - 2xy^2$ のとき、全微分 dz を求めよ。

(2) 2 変数関数 $f(x, y) = e^{xy}$ に対し、

二次偏導関数 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ を全て計算せよ。

3. 位置ベクトルを

$$\vec{r} = (x, y, z)$$

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

と書くとき、以下の量を計算せよ。

(1) $\vec{\nabla} r$

(2) $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$

(3) $\vec{\nabla} \frac{1}{r}$

4. 3 点 $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ を頂点とする三角形で囲まれる領域を

D とするとき、二重積分 $\iint_D xy \, dx dy$ の値を計算せよ。