

問題1

以下の物理量は何を表すか。位置、時間、速度、加速度、力、エネルギー、無次元量、の中から選べ。ただし、 ℓ は単振り子の糸の長さ、 g は重力加速度、 t は時間、 m は質点の質量、 x は質点の位置、 ω はバネ定数 k のバネの単振動の固有振動数 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ を表すとする。

(1-1) $2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

(1-2) $\frac{1}{2}gt^2$

(1-3) $m\omega^2 x$

(1-4) $\frac{1}{2}m\omega^2 x^2$

(1-5) mgx

(1-6) gt

(1-7) ωt

問題2

単振り子の振れ角 θ に対する運動方程式は、以前やったように

$$\ell\ddot{\theta} = -g \sin \theta \quad (1)$$

で与えられる。両辺に $\dot{\theta}$ をかけて一回積分することにより、エネルギー保存則

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgy = \text{定数} \quad (2)$$

を導け。ただし、おもりの速度は $v = \ell\dot{\theta}$ で、おもりの高さは $y = \ell(1 - \cos \theta)$ で与えられることを用いてよい。

問題3

摩擦のない半径 ℓ の球面の頂上から、質量 m のおもりを初速度 v_0 で滑り落とす。鉛直上向きに z 軸を取り、球の中心を $z = 0$ とする。

- (3-1) おもりが高さ z の位置まで滑り落ちた時の速度 v を、エネルギー保存則から求めよ。
- (3-2) そのとき、球面がおもりに及ぼす垂直抗力を求めよ。ただし、速度 v の円運動するおもりの加速度の中心に向かう方向の成分は v^2/ℓ であることを用いてよい。
- (3-3) 球の頂上からそーっとおもりを落とすとき ($v_0 = 0$)、おもりはどの地点で球面から離れるか？
- (3-4) 球面上を全く滑らずにいきなり球から飛び出すためには、 v_0 はいくつ以上にする必要があるか？
- (3-5) おもりが球面を離れるまでに、球がおもりになす仕事を求めよ。