

## 問題 1

バネの一端に質量  $m$  のおもりを付け、机の上に置いて、他端を固定する。バネ自身の質量は無視し、バネ定数を  $k$  とする。おもりが机の上を動く際に、速度に比例した摩擦力が働くとし、比例定数を  $\gamma$  とする。

(1-1) おもりの運動方程式を立てよ。

(1-2) 指数関数型の解  $x(t) = e^{\lambda t}$  を仮定し、 $\lambda$  に対する方程式を導け。

(1-3) 上で求めた方程式から  $\lambda$  を決定し、一般解を求めよ。

(1-4) バネを  $a$  だけ伸ばしておもりを静かに離れた時、その後のおもりの運動を決定し、グラフで表せ。摩擦が小さいとき、大きいとき、臨界減衰のとき、の三通りに場合分けすること。

## 問題 2

バネの下端に質量  $m$  のおもりを付け、上端を固定する。鉛直下向きに  $x$  軸をとり、バネの上端の座標を  $x_0$  として、 $x_0 = A \sin \omega t$  と振動させる。バネ自身の質量、空気抵抗は無視し、バネ定数を  $k$ 、バネの自然長を  $\ell$  とする。

(2-1) 時刻  $t$  において、おもりの位置が  $x$  のとき、バネの伸びはどれだけか。

(2-2) おもりの運動方程式を立てよ。

(2-3) おもりの運動方程式の一般解を求めよ。

(2-4) 初期条件としておもりを静かにぶらさげておいて、 $t = 0$  にバネの上端を振動させ始めたとしたとき、その後のおもりの運動を決定せよ。

(2-5) 極限  $\omega \rightarrow \omega_0$  を取れ。ただし、 $\omega_0$  はバネの固有振動数  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  である。