

# 一般力学演習 第5回 単振り子

2013年5月13日

担当：佐藤 純

## 問題 1

糸の先におもりをつけ、他端を天井に固定して吊るす。糸の質量は無視し、おもりは鉛直面内で振動するとする。

糸の固定点を通る上向きの鉛直線を  $y$  軸、おもりの最も低くなる点を原点とし、原点から水平方向に  $x$  軸をとる。(図を参照)。

糸の長さを  $\ell$ 、おもりの質量を  $m$  とし、 $xy$  面内の運動を考える。

- (1-1) 単振り子の糸が  $y$  軸となす角を  $\theta$  とする。(図を参照)。おもりの位置座標  $(x, y)$  を  $\theta$  を用いて表せ。
- (1-2) 上式を時間微分することにより、 $\ddot{x}, \ddot{y}$  を  $\dot{\theta}, \ddot{\theta}$  の式で表せ。
- (1-3) 重力加速度を  $g$ 、糸の張力を  $T$  とし、おもりの運動方程式を立てよ。
- (1-4) 上式から糸の張力  $T$  を消去し、問題 (1-2) の結果を使って、 $\theta$  に対する微分方程式を導け。
- (1-5) 振り子の振り幅が十分小さいとき、振り子の運動は単振動になることを示し、振動の周期を求めよ。

## 問題 2

$t$  の関数  $x$  に対する以下の微分方程式を、初期条件  $x(0) = 0, \dot{x}(0) = v_0$  のもとに解き、グラフを描け。

(2-1)  $\ddot{x} = 4x$

(2-2)  $\ddot{x} = -4x$

(2-3)  $\ddot{x} = -4\dot{x} - 3x$

(2-4)  $\ddot{x} = -6\dot{x} - 9x$

(2-5)  $\ddot{x} = -4\dot{x} - 5x$