

一般力学演習 第4回 単振動・オイラーの公式

2013年4月29日

担当：佐藤 純

問題1

オイラーの公式 $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ を使って、以下の式を証明せよ。

$$(1-1) \begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

$$(1-2) \cos nx + i \sin nx = (\cos x + i \sin x)^n$$

問題2

$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, $\beta = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ とするとき、以下の値を求めよ。

$$(2-1) \alpha^6$$

$$(2-2) \beta^8$$

$$(2-3) 1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 + \alpha^5$$

$$(2-4) \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{12}$$

問題3

バネの一端に質量 m のおもりを付け、滑らかな机の上に置いて、他端を固定する。バネ自身の質量は無視し、バネ定数を k とする。

(3-1) おもりの運動方程式を立てよ。

(3-2) 指数関数型の解 $x(t) = e^{\lambda t}$ を仮定し、 λ に対する方程式を導け。

(3-3) 上で求めた方程式から λ を決定し、一般解を求めよ。

(3-4) バネを a だけ伸ばしておもりを静かに離れた時、その後のおもりの運動を決定せよ。