

一般力学演習 第3回 抵抗のある落下運動

2013年4月22日

担当：佐藤 純

問題 1

x の関数 y に対する以下の微分方程式を、初期条件 $(x, y) = (0, 0)$ のもとに解け。

(1-1) $y' = x(1 - y)$

(1-2) $y' = (1 - y)^2$

(1-3) $y' = y + e^x \cos x$

問題 2

速度に比例する空気抵抗を受けて、鉛直方向に運動する質量 m のボールを考える。鉛直上向きに z 軸を取り、空気抵抗の比例定数を γ とする。

(2-1) ボールの運動方程式を立てよ。

(2-2) 運動方程式を一回積分することにより、物体の速度を時間の関数として表せ。ただし、ボールの初速度を $v = v_0$ とする。

(2-3) 運動方程式をもう一回積分することにより、物体の位置を時間の関数として表せ。ただし、ボールの初期位置を $z = 0$ とする。

(2-4) 極限 $\gamma \rightarrow 0$ で、ボールの運動は空気抵抗がない場合の放物運動になることを示せ。ただし、 s が十分小さいとき $e^s \simeq 1 + s + \frac{s^2}{2}$ と近似できることを用いてよい。

(2-5) 静かにボールを離した場合 $v_0 = 0$ と、終端速度よりも早くボールを投げおろした場合 $v_0 < -\frac{mg}{\gamma}$ のそれぞれについて、ボールの速度変化のグラフを描け。