一般力学演習 第10回 角運動量、惑星の運動

2013年6月17日

担当:佐藤 純

問題1

- (1-1) 角運動量の時間変化率は、物体に働くトルクに等しいことを示せ。
- (1-2) 物体に働く力が中心力の場合、角運動量が保存することを示せ。

問題2

質量mの物体が、固定点から中心力を受けて運動している。物体の角運動量は保存するので、運動の軌道は常に同一平面内にある。固定点を原点とし、この平面をxy平面とする。

- (2-1) 物体の位置を (x, y, z = 0) とするとき、角運動量ベクトルを x, y, \dot{x}, \dot{y} で表せ。
- (2-2) $x=r\cos\varphi,\,y=r\sin\varphi$ と極座標表示する。角運動量ベクトルを $r,\,arphi,\,\dot{arphi}$ で表せ。
- (2-3) 角運動量保存則より、物体の面積速度が一定になることを示せ。

問題3

ある惑星が、太陽からの万有引力を受けて等速円運動している。この時、周期の2乗と円運動の半径の3乗の比は、惑星の質量によらない定数になることを示せ。

問題4

有効数字 1 ケタの非常に大雑把な見積もりでよいので、電卓の類は使わずに以下の値を計算せよ。その際、物理量の次元を正しく書くこと。

- (4-1) 地球の質量を $6 \times 10^{24} [\mathrm{kg}]$, 地球の半径を $6000 [\mathrm{km}]$, 地上の重力加速度を $10 [\mathrm{m/s^2}]$ として、 万有引力定数 G の値を見積もれ。
- (4-2) 体重 $50 \log$ の二人が、1 m 離れて立っている。二人の間に働く万有引力の大きさを見積 もれ。
- (4-3) 上で求めた力は、地上において体重 50kg の人に働く重力の何倍か?