

問題 1 (5+5=10点)

以下の式を、 $A \sin(x + \alpha)$ の形に表せ。

(1-1) $\sin x + \cos x$

(1-2) $3 \sin x + \sqrt{3} \cos x$

問題 2 (3+3+4=10点)

次の極限值を求めよ。ただし、公式 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を使ってよい。

(2-1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$

(2-2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin x}$

(2-3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3x^2}$

問題 3 (5+5=10点)

実数 x に対する以下の方程式を解け。

(3-1) $\log_5(x - 3) + \log_5(x + 1) = 1$

(3-2) $4^x - 2^x = 56$

問題 4 (3+3+4=10点)

以下の値を求めよ。

(4-1) $9^{\frac{3}{2}} \times 8^{-\frac{2}{3}}$

(4-2) $\log_{10} 0.01$

(4-3) $\log_2 7 - \log_2 56$

問題 5 (3+3+4=10点)

$\alpha = 1 + 3i$, $\beta = 2 - i$ とする。以下の式を、 $x + iy$, (x, y は実数) の形に計算せよ。

(5-1) $\alpha + \beta$

(5-2) $\alpha\beta$

(5-3) $\frac{\alpha}{\beta}$

問題 6 (3+3+4=10 点)

以下の複素数の絶対値を求めよ。

(6-1) $3 + 4i$

(6-2) $-2i$

(6-3) $-1 - 2i$

問題 7 (3+3+4=10 点)

以下の複素数を極形式で表せ。

(7-1) $1 + i$

(7-2) $1 - \sqrt{3}i$

(7-3) $-\sqrt{6} + \sqrt{2}i$

問題 8 (10 点)

$\alpha = e^{i\pi/3}$, $\beta = e^{i\pi/4}$ とする。 α/β を計算することにより、 $\cos \frac{\pi}{12}$ および $\sin \frac{\pi}{12}$ の値を計算せよ。

問題 9 (5+5=10 点)

(9-1) $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$ のとき、 $(3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$ を計算せよ。

(9-2) $(3\vec{a} - 2\vec{b}) \times (2\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a} \times \vec{b}$ を証明せよ。

問題 10 (3+3+4=10 点)

3次元ベクトル \vec{a} , \vec{b} が、成分表示で $\vec{a} = (1, 2, -1)$, $\vec{b} = (-2, 1, 2)$ と与えられているとする。

(10-1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を計算せよ。

(10-2) ベクトル \vec{a} , \vec{b} のなす角を θ とするとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。

(10-3) 外積 $\vec{a} \times \vec{b}$ を計算せよ。