

1. 以下で与えられた関数  $y$  を  $x$  で微分し、 $y'$  を求めよ。

(1)  $y = (x^2 + x + 1)^6$

(2)  $y = \sqrt{x^2 + 1}$

(3)  $y = \sin^2 x$

(4)  $y = e^{\sin x}$

(5)  $y = x^x$

(6)  $y = \sin^{-1} x$

(7)  $y = \log \left| \tan \frac{x}{2} \right|$

2. 以下の極限值を求めよ。

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$

(2)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{x - \frac{\pi}{4}}$

(3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}$

3.  $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$  を示せ。

4.  $\sqrt{2}$  の値をできるだけ正確に知りたい。

(1)  $\sqrt{2} = 1.4 \times \frac{1}{\sqrt{1 - 0.02}}$  を示せ。

(2)  $\frac{1}{\sqrt{1-x}} = 1 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 + \dots$  と展開できることを示せ。

(3)  $\sqrt{2}$  の値をできるだけ正確に求めよ。

5.  $e^\pi$  と  $\pi^e$  の大小関係を調べたい。

ただし、 $e = 2.71\dots$ ,  $\pi = 3.14\dots$  である。

(1)  $f(x) = x - e \log x$  ( $x > 0$ ) のグラフを描き、 $f(\pi) > 0$  を示せ。

(2)  $e^\pi$  と  $\pi^e$  の大小関係を決定せよ。