

問題 1

(1-1) e^x , $\cos x$, $\sin x$ をマクローリン展開せよ。

(1-2) e^x の展開式に $x = i\theta$ を代入することにより、オイラーの公式 $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ を示せ。

問題 2

$\sqrt[3]{2}$ の値をできるだけ正確に知りたい。

(2-1) $\sqrt[3]{2} = 1.25 \times (1.024)^{\frac{1}{3}}$ を示せ。

(2-2) $(1+x)^{\frac{1}{3}}$ を x の 2 次までマクローリン展開すると、 $(1+x)^{\frac{1}{3}} = 1 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2 + \dots$ となることを示せ。

(2-3) $\sqrt[3]{2}$ の値をできるだけ正確に求めよ。

問題 3

正の実数 x に対し、 $\tan^{-1} x + \tan^{-1} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$ が成り立つことを示せ。

問題 4

以下の極限值を計算せよ。

(4-1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

(4-2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$

(4-3) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}}$

(4-4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x}$

(4-5) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} x \right)$

(4-6) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x + x^2} \right)$

(4-7) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{\frac{1}{x}}$