

相対論と量子論の基礎 レポート5

2020年12月18日(金) 出題 担当: 佐藤 純

問題1 物理量

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 4 & -i \\ i & 4 \end{pmatrix} \quad (1)$$

と2つの状態ベクトル

$$|v_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad |v_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (2)$$

を考える.

(1-1) 固有方程式

$$\hat{A}|v_1\rangle = 5|v_1\rangle, \quad \hat{A}|v_2\rangle = 3|v_2\rangle \quad (3)$$

が成り立つことを確かめよ.

(1-2) 物理量 \hat{A} を測定したとき, 得られる測定値として考えられるものを全て答えよ.

(1-3) 系が状態 $|v_2\rangle$ にあるときに, 物理量 \hat{A} を測定するとどうなるか.

(1-4) 系が状態

$$|\psi\rangle = \frac{3}{5}|v_1\rangle + \frac{4}{5}|v_2\rangle \quad (4)$$

にあるとき, 物理量 \hat{A} を測定する. 測定値5が得られる確率 p_1 と測定値3が得られる確率 p_2 を答えよ. ($p_1 + p_2 = 1$ を確認せよ)

(1-5) 前問の結果から, 測定値の期待値 $\langle \hat{A} \rangle$ を答えよ.

(1-6)

$$|\psi\rangle = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \frac{1}{5\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 7 \\ -i \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\langle \psi | = \frac{1}{5\sqrt{2}} (7, i) \quad (6)$$

を用いて

$$\langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle \quad (7)$$

を計算し, 前問の結果と一致することを確認せよ.

1. Scomb に提出すること. Scomb に問題があった場合にはメール添付でもよい.
2. 2021年1月8日(金)の23:00を提出期限とする.
期限を過ぎたものには点を与えないので, 余裕をもって提出すること.
3. 人と共同作業をしてもよいが, 最終的には自分の言葉で書くこと.
丸写ししただけのものには点を与えない.