

相対論と量子論の基礎 レポート 4

2020年12月4日(金) 出題 担当: 佐藤 純

問題 1 ポテンシャル $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ 中を運動する粒子の定常状態における Schrödinger 方程式は

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2x^2\right) \psi(x) = E\psi(x) \quad (1)$$

で与えられる。基底状態の波動関数は

$$\psi(x) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{\alpha}{2}x^2} \quad \left(\alpha = \frac{m\omega}{\hbar}\right) \quad (2)$$

である。必要に応じて積分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \quad (3)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-\alpha x^2} dx = 0 \quad (4)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2\alpha} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \quad (5)$$

を用いて、以下の問いに答えよ。

- (1-1) 波動関数 (2) は Schrödinger 方程式 (1) を満たすことを確かめ、エネルギー E を求めよ。
- (1-2) 波動関数 (2) の規格化条件を確かめよ。
- (1-3) 期待値 $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle p \rangle$, $\langle p^2 \rangle$ を計算せよ。
- (1-4) 位置と運動量の揺らぎ Δx , Δp を求め、不確定性原理を確かめよ。

1. Scomb に提出すること。Scomb に問題があった場合にはメール添付でもよい。
2. 12月11日(金)の23:00を提出期限とする。
期限を過ぎたものには点を与えないので、余裕をもって提出すること。
3. 人と共同作業をしてもよいが、最終的には自分の言葉で書くこと。
丸写ししただけのものには点を与えない。