相対論と量子論の基礎　レポート３

2020 年 11 月 13 日 (金) 出題　　担当：佐藤 純

$\boxed{\text{問題 1}}$ [**Schrödinger 方程式**]

(1-1) 波動関数を

$$\psi(x,t) = Ae^{\mathrm{i}(kx-\omega t)}$$

とする．偏微分 $\dfrac{\partial\psi}{\partial x}, \dfrac{\partial\psi}{\partial t}$ を計算せよ．

(1-2) 粒子性と波動性をつなぐ式 $p = \hbar k,\ E = \hbar\omega$ を使って，

$$E = \mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}, \quad p = -\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial x}$$

を示せ．

(1-3) 質量 m の粒子が運動量 p で運動しているとき，その運動エネルギーを求めよ．

(1-4) 質量 m の粒子がポテンシャル $V(x)$ の中を運動量 p で運動しているとき，粒子の全エネルギーは $E = \dfrac{p^2}{2m} + V(x)$ と書けることから，Schrödinger 方程式

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right)\psi(x,t)$$

を導け.（これを，時間を含む Schrödinger 方程式という）

(1-5) 波動関数 $\psi(x,t)$ が，t だけに依存する部分 $f(t)$ と x だけに依存する部分 $\varphi(x)$ に

$$\psi(x,t) = f(t)\varphi(x)$$

と分離できるとする．このとき，E を定数として，$\varphi(x)$ は微分方程式

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right)\varphi(x) = E\varphi(x)$$

を満たすことを示せ.（これを，時間を含まない Schrödinger 方程式という）

1. **Scomb に提出すること．Scomb に問題があった場合にはメール添付でもよい．**
2. **11 月 18 日（水）の 23:00 を提出期限とする．**
   期限を過ぎたものには点を与えないので，余裕をもって提出すること．
3. **人と共同作業をしてもよいが，最終的には自分の言葉で書くこと．**
   丸写ししただけのものには点を与えない．