

解析力学 レポート 2

2020年11月17日(火) 出題 担当: 佐藤 純

問題 1 質量 m の粒子がポテンシャル $V(\vec{r})$ 中を運動している。ポテンシャルはある特定の方向 \vec{a} に並進対称性を持っているとする。すなわち、任意の実数 t に対し、

$$V(\vec{r}) = V(\vec{r} + t\vec{a}) \quad (1)$$

が成り立つとする。粒子の位置ベクトル $\vec{r} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ を力学変数として、系の Lagrangian は

$$L(x_i, \dot{x}_i) = \frac{1}{2}m \sum_{i=1}^3 \dot{x}_i^2 + V(x_1, x_2, x_3) \quad (2)$$

と書ける。このとき、ネーターの定理により、このポテンシャルの対称性に付随する保存量を求めよ。

問題 2 両端での座標 $q_i(t_1), q_i(t_2)$ を固定するという条件の下で変分

$$q_i \rightarrow q_i + \delta q_i \quad (3)$$

$$p_i \rightarrow p_i + \delta p_i \quad (4)$$

を取った時、作用

$$S = \int_{t_1}^{t_2} [p_i \dot{q}_i - H(q_i, p_i)] dt \quad (5)$$

の変分がゼロになるという条件から、Hamilton の正準方程式を導け。

1. Moodle に提出すること。Moodle に問題があった場合にはメール添付でもよい。
2. 11月23日(月)の23:00を提出期限とする。
期限を過ぎないように余裕をもって提出すること。
3. 文献を調べたり人と共同作業をしてもよいが、丸写しせず、最終的には自分の言葉で書くこと。