

物理学入門 第11回 電位と電気容量

2020年7月24日 担当：佐藤 純

問題1 x 軸原点に電荷 q がある。

- (1-1) テスト電荷 q_t を, $x = a$ から $x = b$ まで運ぶのに必要な仕事 $W(a \rightarrow b)$ を求めよ. ただし, $0 < b < a$ とする.
- (1-2) このとき, テスト電荷は仕事 W をされることによって, ポテンシャルエネルギーを蓄える. 位置 x におけるポテンシャルエネルギーを $U(x)$ とするとき, $U(b) - U(a)$ を求めよ.
- (1-3) ポテンシャルの基準点を $x = a$ に選ぶ. すなわち, $U(a) = 0$ とする. このとき, 位置 x におけるポテンシャルエネルギー $U(x)$ を求めよ.
- (1-4) ポテンシャルの基準点を無限遠点 $x = \infty$ に選んだときの, 位置 x におけるポテンシャルエネルギー $U(x)$ を求めよ.
- (1-5) 前問で求めたポテンシャルエネルギーを, テスト電荷 q_t で割ったもの $\phi(x) = U(x)/q_t$ を“電位”と呼ぶ. 原点の電荷 q が位置 x に作る電位 $\phi(x)$ を求めよ.
- (1-6) 位置 x における電場 $E(x)$ は, 電位 $\phi(x)$ を微分することによって

$$E(x) = -\phi'(x)$$

と書けることを確認せよ.

- (1-7) 同様にして, 3次元の場合には, \vec{r} の位置における電位 $\phi(\vec{r})$ は

$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

と書ける. ただし, $r = |\vec{r}|$ は原点からの距離を表す.

\vec{r} の位置における電場 $\vec{E}(\vec{r})$ は

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\phi$$

と書けることを示せ. ただし,

$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}, \quad \vec{\nabla}\phi = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \phi = \begin{pmatrix} \frac{\partial\phi}{\partial x} \\ \frac{\partial\phi}{\partial y} \\ \frac{\partial\phi}{\partial z} \end{pmatrix}$$

である.

問題2 以下のコンデンサーの電気容量を求めよ.

- (2-1) 平行平板コンデンサー (面積 S , 間隔 d)
- (2-2) 同心球殻コンデンサー (半径 a, b)
- (2-3) 同軸円筒コンデンサー (半径 a, b , 長さ ℓ)